

**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ**

## **Математика**

Методические указания по самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольных и расчетно-графических работ

**35.03.06** *Агроинженерия*

**Новосибирск 2020**

УДК 51 (07)  
ББК 22.1, я7  
М 34

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, проф. И. В.Ершов  
Составитель: канд. техн. наук, доцент С.Н. Бурков

**Математика:** методические указания по самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольных и расчетно-графических работ / Новосибир. гос. аграр. ун-т; сост. С.Н. Бурков. – Новосибирск, 2020. – 25 с.

В методических указаниях представлены примерные варианты контрольных и расчетно-графических работ, задания для самостоятельного решения, вопросы и тесты для самоконтроля знаний, вопросы к экзаменам, список рекомендуемой литературы.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия.

Утверждены и рекомендованы к изданию учебно-методическим советом Инженерного института (протокол №2 от 29 сентября 2020 г.)

## Содержание

1. Введение .....	4
2. Методические указания по освоению дисциплины .....	4
3. Примерные варианты контрольных работ.....	5
4. Задания для самостоятельной работы.....	8
5. Задания для самопроверки .....	14
6. Вопросы к экзамену.....	18
7. Литература.....	24

# 1. Введение

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

**Цель** преподавания математических дисциплин в вузе для студентов инженерных специальностей – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических инженерных задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое и алгоритмическое мышление; повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

**Задачи** дисциплины:

- развить у студентов логическое мышление,
- познакомить студентов с идеями и методами высшей математики,
- привить студентам опыт работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой,
- привить студентам опыт решения задач с использованием математических методов.

## 1.2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент*должен*:

**Знать:**

- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и теории математической статистики;
- основные понятия и методы математического анализа;
- дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных;
- методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- понятия рядов и их практическое применение в приближенных вычислениях;

**Уметь:**

- использовать математический аппарат для обработки технической и экономической информации и анализа данных, связанных с машиноиспользованием и надежностью технических систем;

**Владеть:**

- методами построения математических моделей типовых профессиональных задач.

## 2. Методические указания по освоению дисциплины

Успешное освоение компетенций, формируемых данной учебной дисциплиной, предполагает оптимальное использование времени самостоятельной работы.

Подготовка к лекционным занятиям включает выполнение всех видов за-

даний, рекомендованных к каждой лекции, т. е. задания выполняются еще до лекционного занятия по соответствующей теме. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к получению новых знаний и овладению навыками.

Самостоятельная работа во внеаудиторное время состоит из:

- повторения лекционного материала;
- подготовки к практическим занятиям;
- изучения учебно-методической и научной литературы;
- решения задач, выданных на практических занятиях;
- подготовки к контрольным работам, тестированию и т. д.;
- подготовки индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах дисциплины задач, тестов.

## **2.1. Методические указания по выполнению контрольной и расчетно-графической работы**

В процессе изучения дисциплины студент выполняет пять контрольных работ и одну РГР: по две контрольные работы в первом и третьем семестрах и РГР и контрольную работу во втором семестре.

В первом семестре тема первой контрольной работы «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии», второй - «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», во втором семестре контрольная работа теме «Дифференциальные уравнения» и РГР по теме «Кратные и криволинейные интегралы», в третьем семестре первая контрольная работа по теме «Ряды», вторая контрольная работа по теме «Теория вероятностей».

### **Критерии оценки выполнения контрольных и расчетно-графических работ**

- оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;
- оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных помарок;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.
- во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

### 3. Примерные варианты контрольных работ

#### 3.1 Семестр 1

#### Контрольная работа №1 по теме «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

I. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:

1) длины ребер  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$ ; 2) угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$ ; 3) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 4) объем пирамиды; 5) уравнение прямых  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$ ; 6) уравнения плоскостей  $A_1A_2A_3$  и  $A_1A_2A_4$ ; 7) угол между плоскостями  $A_1A_2A_3$  и  $A_1A_2A_4$ .  $A_1(-1;2;1)$ ;  $A_2(-2;2;5)$ ;  $A_3(-3;3;1)$ ;  $A_4(-1;4;3)$ .

II. Заданы координаты вершин треугольника  $ABC$ .

Найти: 1) Длины сторон треугольника;

2) Уравнения сторон треугольника;

3) Уравнение высоты, проведенной из точки  $C$ ; ее длину;

площадь треугольника;

4) Уравнение медианы, проведенной из вершины  $A$ .

$A(1;2)$ ;  $B(1;-2)$ ;  $C(5;-1)$ .

III. Привести уравнение кривой второго порядка  $f(x;y) = 0$  к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой. Построить график кривой и прямой.

$$2x^2 + 4x - y + 3 = 0; 2x - y - 1 = 0.$$

#### Контрольная работа №2 по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

I. Найти производную функции одной переменной, исходя из определения производной.

$$y = -\frac{5}{3x-4}$$

II. Найти производные первого порядка данных функций, используя аппарат дифференцирования.

$$a) y = 3x^5 - \sin x \quad б) y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x$$

$$в) y = \frac{\ln x}{4 - 3 \cos x} \quad г) \begin{cases} x = \arcsin 2t \\ y = \frac{1}{1 - 4t^2} \end{cases}$$

#### 3.2 Семестр 2

#### Контрольная работа №3. Часть 1 «Неопределенный интеграл»

1.  $\int \frac{\ln 3x}{\sqrt{x}} dx$

2.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-5}} dx$

$$3. \int \frac{6x-1}{(x+4)(x-5)(x+1)} dx$$

$$4. \int \frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}+1)} dx$$

$$5. \int \sin^3 x dx$$

### Контрольная работа №3. Часть 2 «Дифференциальные уравнения»

$$1. y' = \frac{x+y}{x-y}$$

$$2. xy' + y = -x^2 y^2, y(1) = 1$$

$$3. y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}}$$

$$4. y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4, y(0) = 1, y'(0) = 1$$

$$5. y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}$$

### РГР «Кратные и криволинейные интегралы»

#### Задание

1. Построить область интегрирования, вычислить интеграл, изменить порядок интегрирования и вычислить интеграл  $\iint_D 60(y-2bx) dx dy$ . Область  $D$  ограничена линиями  $y = x^2 + 2bx + c$ ,  $y = kx + d$ .
2. Вычислить двойной интеграл в полярной системе координат  $\iint_D \frac{3c}{\pi} \sqrt{k^2 + cx^2 + cy^2} dx dy$ .  
 $D: x^2 + y^2 \leq (2R)^2, x^2 + y^2 \geq R^2$ .
3. Составить тройной интеграл и вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = ax^2, y = 2ax^2, x = c, z = 0, \frac{ac^3}{60} z = |k| + bx + y$ .
4. Область  $D$  ограничена линиями  $y = ax^2, y = 2ax^2, x = c$ . Границей области  $D$  является контур  $L$ . Вычислить криволинейный интеграл (обход против часовой стрелки)  $\oint_L (3x - 3ky) dx + (3y + 3kx) dy$  непосредственно и пользуясь формулой Грина.

*Работа должна быть выполнена на листах формата А4. Каждая задача должна заканчиваться словом «Ответ:» и полученным значением.*

## Выбор параметров $a, b, c, d, k, R$ .

№ варианта	Параметры					
	$b$	$c$	$k$	$d$	$a$	$R$
1	1	4	1	4	3	4
2	2	5	2	5	2	3
3	3	6	3	6	1	2
4	1	7	4	10	3	1
5	2	1	5	7	2	7
6	3	2	-1	-10	1	6
7	1	3	-2	0	3	5
8	2	4	-3	-6	2	4
9	3	5	-4	-16	1	3
10	1	6	-5	0	3	2
11	2	7	1	5	2	1
12	3	1	2	-2	1	7
13	1	2	3	4	3	6
14	2	3	4	7	2	5
15	3	4	5	10	1	4
16	1	5	-1	3	3	3
17	2	6	-2	-2	2	2
18	3	7	-3	-11	1	1
19	1	1	-4	-4	3	7
20	2	2	-5	-12	2	6
21	3	3	1	-3	1	5
22	1	4	2	5	3	4



**3.3 Семестр 3**  
**Контрольная работа №4 «Ряды»**

1. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ ;
2. исследовать абсолютную и условную сходимость
  - a.  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{17} - \dots$ ;
  - b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2n}{(n+1)!}$ ;
3. найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{7^n \cdot \sqrt[5]{n^3}}$ ;
4. получить 4 члена разложения в ряд Маклорена:
  - a.  $\sqrt[4]{1-4x}$ ;
  - b.  $-\ln(1+2x^2) + 2x \sin 2x$ ;
5. найти 4 первых, отличных от нуля члена разложения в ряд Маклорена функции  $y = f(x)$ , являющейся решением дифференциального уравнения  $y'' = x^2 y$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .
6. вычислить с точностью до 0,001  $\int_0^{0,25} x \ln(1 + \sqrt{x}) dx$ .

**Контрольная работа №5 «Теория вероятностей»**

**Задание 1.** В группе из 14 животных 8 получают лечение, а 6 (контрольных) не получают. Какова вероятность того, что на 10 наудачу отобранных животных 4 контрольных?

**Задание 2.** Вероятности того, что на экзамене студент ответит на первый и второй вопросы, равны 0,7, а на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить на все три вопроса и результат ответа на любой из вопросов не влияет на результаты ответов на другие вопросы.

**Задание 3.** По оценкам, волк, нападающий в одиночку на лося, добивается успеха в 8% столкновений. Какова вероятность того, что в 2 столкновениях ни один лось не станет добычей волка?

**Задание 4.** Из колоды в 52 карты последовательно извлекают одну за другой три карты без возвращения в колоду. Найти вероятность того, что извлечена только одна десятка.

**Задание 5.** Плотность распределения случайной величины  $X$

$f(x) = 1 - Ax$  на  $(0; 1)$ , а при  $x \notin (0, 1)$   $f(x) = 0$ . Требуется: 1) найти параметр  $A$ ; 2) найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение

**Задание 6.** Закон распределения двумерной дискретной случайной величины  $(X, Y)$  задан таблицей. Найти:

- 1) частные законы распределения случайных величин  $X$  и  $Y$ ;
- 2) математические ожидания  $M(X)$  и  $M(Y)$ ;
- 3) дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ ;
- 4) корреляционный момент  $C_{xy}$ ;
- 5) коэффициент корреляции  $r_{xy}$ ;
- 6) условный закон распределения случайной величины  $X$  при условии, что случайная величина  $Y$  принимает своё наименьшее значение.

$XY$	-4	-2	0
0	0,1	0,1	0,2
1	0,1	0,2	0,1
4	0	0,1	0,1

#### 4. Задания для самостоятельной работы Семестр 1

##### Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

1. линейная алгебра:
  - 1.1. решить систему линейных уравнений методом Крамера;
  - 1.2. решить систему линейных уравнений матричным методом;
  - 1.3. решить систему линейных уравнений методом Гаусса;
  - 1.4. исследовать совместность и решить систему линейных уравнений;
  - 1.5. найти матрицу, обратную данной;
2. векторная алгебра:
  - 2.1. определить, при каком значении параметра длина вектора равна заданному числу;
  - 2.2. доказать векторное равенство;
  - 2.3. определить, является ли заданный четырехугольник трапецией;
  - 2.4. определить, является ли заданный четырехугольник параллелограммом;
  - 2.5. вычислить площадь треугольника с заданными вершинами;
  - 2.6. вычислить площадь треугольника, заданного сторонами как векторами;
  - 2.7. вычислить площадь параллелограмма, заданного сторонами как векторами;
  - 2.8. вычислить площадь параллелограмма, сторонами которого являются заданные векторы;
  - 2.9. вычислить длину вектора в произвольном базисе;
  - 2.10. найти угол между векторами в произвольном базисе;
  - 2.11. найти проекцию вектора на вектор в декартовом прямоугольном базисе;
  - 2.12. найти четвертую вершину параллелограмма по трем заданным вершинам;
  - 2.13. доказать компланарность трех векторов и разложить один из них по двум другим;
  - 2.14. разложить заданный вектор по трем некопланарным векторам в произвольном базисе;
  - 2.15. вычислить длины диагоналей параллелограмма в произвольном базисе;

- 2.16. вычислить объем пирамиды с заданными вершинами;
- 2.17. вычислить объем параллелепипеда;
3. аналитическая геометрия на плоскости:
- 3.1. найти значение параметра, при котором заданная прямая удалена от начала координат на заданное расстояние;
  - 3.2. написать уравнения сторон квадрата с заданной стороной, приняв за оси координат его диагонали;
  - 3.3. написать уравнения сторон ромба;
  - 3.4. написать уравнения диагоналей квадрата, образованного осями координат и двумя заданными прямыми;
  - 3.5. найти прямой угол треугольника, заданного уравнениями сторон;
  - 3.6. написать уравнения сторон треугольника;
  - 3.7. определить, могут ли заданные прямые служить диагоналями ромба;
  - 3.8. найти площадь треугольника, отсекаемого от начала координат заданной прямой;
4. аналитическая геометрия в пространстве:
- 4.1. написать уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно двум заданным плоскостям;
  - 4.2. написать уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданной прямой;
  - 4.3. написать уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно заданной координатной плоскости;
  - 4.4. написать уравнение плоскости, проходящей через две заданные точки перпендикулярно заданной плоскости;
  - 4.5. написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые;
  - 4.6. через заданную точку провести плоскость, параллельную данной плоскости;
  - 4.7. написать уравнения прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно двум заданным прямым;
  - 4.8. написать уравнения прямой, проходящей через заданную точку, параллельно заданной прямой;
  - 4.9. написать уравнения прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданной координатной оси;
  - 4.10. найти значение параметра, при котором прямая параллельна плоскости;
  - 4.11. найти значение параметра, при котором заданные плоскости параллельны;
  - 4.12. найти значение параметра, при котором заданный вектор параллелен заданной плоскости;

### Математический анализ

Вычислить предел

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 6x - 7}{2x^2 + 2x + 4}.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 7n + 1} - \sqrt{n^2 + 6}).$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 3}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x-4} - 2}{x^2 - 9x + 8}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sin 3x}.$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n+3}{4n-3} \right)^{1-2n}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{\sin \pi x}.$$

$$9. \text{Вычислить, используя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\operatorname{arctg} x - x}.$$

$$10. \text{Найти асимптоты } y = \frac{x^2}{4x-5}.$$

$$11. \text{Найти асимптоты графика функции } y = xe^{-2x}.$$

Исследовать непрерывность

$$12. \text{Определить точки разрыва функции и исследовать характер этих точек } y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}.$$

Найти производную

$$13. y = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}{\arcsin x}, y' - ?$$

$$14. \begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}, \text{ найти } y'_x - ?$$

Провести исследование функции

$$15. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = \frac{x+1}{x^2+1}.$$

$$16. \text{Найти точки экстремума функции } y = \frac{x+1}{x^2+1}.$$

17. Найти промежутки выпуклости графика функции  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

18. Найти точки перегиба функции  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$ .

19. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^3 + 6x^2 - 5$  на отрезке  $[0;2]$ .

Найти частные производные

20.  $z = x^3y - y^3x$ .  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} - ?$

21.  $z^3 - x^2y + 1 = 0$ .  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} - ?$

22. Показать, что для функции  $z = x^3y - y^3x$  выполняется равенство

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

23.  $z = x^3y - y^3x$ .  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial^2 y} - ?$

Найти дифференциал

24.  $z = x^3y - y^3x$ .  $dz - ?$

25.  $z = x^3y - y^3x$ .  $d^2z - ?$

Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

26. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^3y - y^3x$  в точке  $M(1;-1;0)$ .

Исследовать экстремум функции двух переменных

27. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^2 + y^2$ .

28. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + y^2$  в области  $D: \{xy=1, x=1, x=2, y=-1,5\}$

## Семестр 2

### Математический анализ

Неопределенный интеграл

1.  $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) dx.$

2.  $\int x \sin x dx.$

$$3. \int \frac{4x - 7}{x^2 + 2x + 5} dx .$$

$$4. \int \frac{3x + 5}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx .$$

$$5. \int \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx .$$

$$6. \int \frac{xdx}{(x+1)(x+2)(x+3)} .$$

$$7. \int \frac{(1 - \sqrt{x})dx}{1 + \sqrt[4]{x}} .$$

$$8. \int \sin^2 x \cos x dx .$$

$$9. \int \frac{dx}{2 \cos x + \sin x + 2} .$$

Определенный интеграл

$$10. \int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x - 1}} .$$

$$11. \int_{-\pi}^{\pi} x \cos 2x dx .$$

$$12. \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x + \operatorname{tg} x) dx .$$

Несобственный интеграл

$$13. \text{Исследовать сходимость } \int_0^{+\infty} x \sin x dx .$$

$$14. \text{Исследовать сходимость } \int_3^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-5)^2}} .$$

$$15. \text{Исследовать сходимость } \int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}} .$$

Приложения определенного интеграла

$$16. \text{Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями } y=x^2-2x \text{ и } y=0.$$

17. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln \sin x$ ,  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

18. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной графиками  $y=x^2-2x$ ,  $y=0$ .

### Дифференциальные уравнения

1. Решить дифференциальное уравнение первого порядка  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$ ,  
 $y' + 2y = 4x$ .
2. Решить дифференциальное уравнение первого порядка  $2y'' + 5y' = e^x$ ,  
 $y'' + 4y' - 5y = 1$ ,  $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$ ,  $y'' - 7y' + 6y = \sin x$ .

### Семестр 3

#### Ряды

3. Исследовать сходимость числовых рядов  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+5}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ ,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln(n+1)}.$$

4. Исследовать абсолютную и условную сходимость

a.  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{17} - \dots$ ; b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n^3 + 1)}{\sqrt{n}}$ .

5. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{4^n \cdot \sqrt{n}}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2^n + 5^n}$ .

6. Вычислить  $\ln 1,02$  с точностью до 0,001.

7. Вычислить с точностью до 0,001  $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$ .

8. Найти 3 первых, отличных от нуля члена разложения в ряд Маклорена функции  $y = f(x)$ , являющейся решением дифференциального уравнения  $y'' - xy' - y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .

9. Получить 4 члена разложения в ряд Маклорена:

a.  $\frac{1}{(2+x)^2}$ ; b.  $2 \ln(1+x^2) + 2 \cos 2x$ ;

10. Пользуясь разложением функций в ряд Маклорена, вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{x - \sin x}.$$

## Теория вероятностей и математическая статистика

1. В группе из 14 животных 8 получают лечение, а 6 (контрольных) не получают. Какова вероятность того, что на 10 наудачу отобранных животных 4 контрольных?
2. Вероятности того, что на экзамене студент ответит на первый и второй вопросы, равны 0,7, а на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить на все три вопроса и результат ответа на любой из вопросов не влияет на результаты ответов на другие вопросы.
3. По оценкам, волк, нападающий в одиночку на лося, добивается успеха в 8% столкновений. Какова вероятность того, что в 2 столкновениях ни один лось не станет добычей волка?
4. Дано, что рост людей, проживающих в данной местности, есть случайная величина  $X$ , распределённая по нормальному закону со средним значением  $a$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma$ . Найти: а) вероятность того, что наудачу выбранный человек имеет рост от  $x_1$  до  $x_2$  см; б) вероятность того, что абсолютная величина отклонения  $X - a$  окажется меньше  $\delta$ ; в) по правилу трёх сигм найти наибольшую и наименьшую границы предполагаемого роста человека.

$a$	$\sigma$	$x_1$	$x_2$	$\delta$
175	8	170	180	15

### 5. Задания для самопроверки

#### Семестр 1

#### Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

##### Вариант № 1.

1. определение линейной зависимости векторов.
2. критерий линейной независимости векторов в пространстве.
3. определение векторного произведения.
4. угол между векторами в координатной форме.
5. критерий компланарности векторов.

##### Вариант № 2.

1. определение линейной независимости векторов.
2. критерий линейной зависимости векторов на плоскости.
3. вычисление скалярного произведения в координатной форме.
4. длина вектора.
5. геометрический смысл векторного произведения.

##### Вариант № 3.

1. определение компланарности векторов.
2. критерий линейной независимости векторов на плоскости.
3. определение скалярного произведения.
4. длина вектора, заданного в координатной форме.
5. критерий компланарности векторов.



#### Вариант № 4.

1. определение коллинеарности векторов.
2. критерий линейной зависимости векторов в пространстве.
3. угол между векторами.
4. критерий перпендикулярности двух векторов.
5. определение векторного произведения в координатной форме.

#### Вариант № 5.

1. определение базиса в пространстве.
2. критерий линейной независимости векторов на плоскости.
3. скалярное произведение в координатной форме.
4. проекция вектора на вектор.
5.  $\vec{i} \times \vec{j} = ?$

### Математический анализ

#### Вариант №1

1.  $(\frac{x^3}{3} - 2 \arccos x + \frac{1}{x})'$
2.  $(x^3 \cdot \cos 2x)'$
3.  $(\frac{2-5x}{x^2})'$
4.  $(\arctg^2(2x+3))'$
5.  $(\sqrt{5^x + x^2})'$

### Семестр 2

### Математический анализ

#### Вариант №1

1.  $\int (3x^2 - 5 \cdot 2^x) dx$
2.  $\int \frac{dx}{2-3x}$
3.  $\int \frac{dx}{\cos^2 7x}$
4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{25+x^2}}$
5.  $\int \frac{dx}{7+x^2}$

## Дифференциальные уравнения

### Вариант №1

1.  $y'' = \cos 3x$

2.  $y'' + 6y' + 13y = f(x)$ ,

а)  $f(x) = e^{2x}$ ;

б)  $f(x) = 2x + 5$

### Семестр 3

### Ряды

#### Вариант №1.

1. определение ряда.
2. определение частичной суммы ряда.
3. условная сходимость.
4. признак Даламбера.

5. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ .

#### Вариант №2.

1. определение остатка ряда.
2. определение сходящегося ряда.
3. абсолютная сходимость.
4. радикальный признак Коши.

5. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$ .

#### Вариант №3.

1. определение суммы ряда.
2. определение расходящегося ряда.
3. определение знакопеременного ряда.
4. признак сравнения.

5. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{n + 1}$ .

#### Вариант №4.

1. определение сходящегося ряда.
2. остаток ряда.
3. определение знакочередующегося ряда.
4. интегральный признак Коши.

5. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \cdot \sqrt[3]{n}}$ .

### Вариант №5.

1. определение частичной суммы ряда.
2. необходимый признак сходимости ряда.
3. определение остатка ряда.
4. признак Лейбница.
5. исследовать сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n} \cdot \sqrt{n}}$ .

## Теория вероятностей и математическая статистика

### Вариант №1

1. определение достоверного события.
2.  $A+A=?$
3. определение суммы событий.
4. чему равна вероятность достоверного события?
5. правило суммы

### Вариант №2

1. определение невозможного события.
2.  $A+\emptyset=?$
3. определение произведения событий.
4. чему равна вероятность невозможного события?
5. правило произведения.

### Вариант №3

1. определение случайного события.
2.  $A+\Omega=?$
3. определение противоположных событий.
4. вероятность случайного события.
5. число сочетаний из n элементов по k элементов.

### Вариант №4

1. определение совместных событий.
2.  $A \cdot A = ?$
3. определение равновозможных событий.
4. классическое определение вероятности.
5. число перестановок.

## Вариант №5

1. определение несовместных событий.
2.  $A \cdot \emptyset = ?$
3. определение элементарного исхода.
4. определение относительной частоты события.
5. число размещений из элементов  $n$  по  $k$  элементов.

## 6. Вопросы к экзамену Семестр 1

### Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

1. Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей. Разложение определителей по строке и столбцу.
2. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
3. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
4. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли (без доказательства). Метод Гаусса.
5. Векторы. Линейные операции над векторами. Правила сложения векторов. Проекция векторов, их свойства.
6. Скалярное произведение векторов. Свойства.
7. Векторное произведение векторов. Свойства.
8. Смешанное произведение векторов. Свойства.
9. Теорема о максимальном числе линейно независимых векторов в системе. Базис.
10. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении.
11. Уравнения прямой на плоскости: общее, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, каноническое, проходящей через две заданные точки, в отрезках на осях, с угловым коэффициентом, проходящей в данном направлении. Частные случаи общего уравнения прямой на плоскости.
12. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
13. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения, эксцентриситет и директрисы. Асимптоты гиперболы.
14. Уравнение плоскости в пространстве: общее, с данным вектором нормали, проходящей через три заданные точки, в отрезках на осях. Частные случаи общего уравнения плоскости.
15. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
16. Расстояние от точки до плоскости.
17. Общие уравнения прямой в пространстве. Переход от общих к каноническим уравнениям.
18. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.

19. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.
20. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

### **Математический анализ**

21. Понятие предела последовательности. Основные теоремы о пределах последовательности.
22. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределе функции. Доказательство теоремы о пределе суммы.
23. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределе функции. Доказательство теоремы о пределе произведения.
24. Бесконечно малая величина. Основные теоремы о бесконечно малых.
25. Бесконечно большая величина. Теорема о связи бесконечно большой и бесконечно малой.
26. Первый замечательный предел.
27. Второй замечательный предел.
28. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
29. Непрерывность основных элементарных функций.
30. Классификация точек разрыва функции.
31. Асимптоты графика функции.
32. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
33. Правила дифференцирования. Доказательство теоремы о производной произведения двух функций.
34. Производные основных элементарных функций. Производная функции  $y = e^x$ .
35. Связь производной и дифференциала.
36. Свойства дифференциала.
37. Дифференцирование обратной функции. Производная функции  $y = \log_a x$ .
38. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
39. Теорема Ролля.
40. Теорема Лагранжа.
41. Теорема Коши.
42. Правило Лопиталя (случай  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ ).
43. Правило Лопиталя (случай  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ ).
44. Формула Тейлора.
45. Необходимое и достаточное условие возрастания (убывания) функции на отрезке.
46. Необходимое условие существования экстремума функции одной переменной.

47. Достаточные условия существования экстремума функции одной переменной.
48. Необходимое и достаточное условие выпуклости графика функции на отрезке.
49. Достаточное условие существования точки перегиба.
50. Частные производные первого порядка и их геометрический смысл.
51. Полный дифференциал функции двух переменных.
52. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных частных производных второго порядка.
53. Дифференциал второго порядка функции двух переменных.
54. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
55. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
56. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой и ограниченной области.

## **Семестр 2**

### **Математический анализ**

1. Теоремы о первообразных.
2. Свойства неопределённого интеграла.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Верхняя и нижняя интегральная сумма. Их свойства.
7. Свойства определённого интеграла.
8. Формула Ньютона – Лейбница.
9. Правила вычисления определённых интегралов.
10. Несобственные интегралы.
11. Геометрические приложения определённых интегралов.
12. сведение двойного интеграла к повторному
13. свойства двойного интеграла
14. замена переменных в двойном интеграле
15. двойной интеграл в полярных координатах
16. геометрические и физические приложения двойного интеграла
17. тройной интеграл: определение, теорема существования, свойства
18. свойства тройного интеграла
19. замена переменных в тройном интеграле
20. тройной интеграл в цилиндрических координатах
21. тройной интеграл в сферических координатах
22. геометрические и физические приложения тройного интеграла
23. криволинейный интеграл второго рода, свойства
24. формула Грина
25. условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
26. поверхностный интеграл второго рода
27. формула Остроградского
28. формула Стокса

29. поток векторного поля

### **Дифференциальные уравнения**

30. дифференциальные уравнения первого порядка, уравнения с разделяющимися переменными
31. однородные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним
32. линейные дифференциальные уравнения первого порядка; уравнения Бернулли
33. дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка
34. определитель Вронского, свойства решений линейных однородных уравнений
35. структура общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
36. неоднородные линейные уравнения второго порядка
37. частное решение неоднородного линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

### **Семестр 3**

#### **Ряды**

1. ряды, свойства числовых рядов, необходимый признак сходимости;
2. расходимость гармонического ряда;
3. признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, предельный признак сравнения, Даламбера, радикальный Коши, интегральный Коши;

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$$

4. сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ ;
5. знакочередующиеся ряды, признак Лейбница;
6. абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся и условно сходящихся рядов;
7. мажорируемые ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов;
8. непрерывность суммы, интегрируемость и дифференцируемость равномерно сходящихся рядов;
9. степенные ряды: интервал сходимости, теорема Абеля;
10. дифференцирование и интегрирование степенных рядов;
11. ряды Тейлора и Маклорена,
12. разложение в ряд Маклорена и область сходимости элементарных функций:  
 $e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^m, \ln(1+x)$ ;

#### **Теория вероятностей и математическая статистика**

11. Классическое и геометрическое определения вероятности. Свойства вероятности.
12. Виды случайных событий: совместные, несовместные, зависимые, независимые. Операции над случайными событиями.
13. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

14. Формула полной вероятности.
15. Вероятности гипотез. Формулы Байеса.
16. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
17. Теорема Пуассона.
18. Понятие случайной величины, способы задания случайных величин.
19. Биномиальное распределение, его числовые характеристики.
20. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
21. Операции над случайными величинами.
22. Свойства математического ожидания.
23. Формулы для вычисления дисперсии.
24. Свойства дисперсии.
25. Начальные и центральные теоретические моменты.
26. Закон больших чисел: неравенство Чебышева, теорема Чебышева, теорема Бернулли.
27. Функция распределения, ее свойства.
28. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.
29. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
30. Нормальное распределение: числовые характеристики, свойства, кривая Гаусса.
31. Равномерное, показательное распределения. Числовые характеристики.
32. Способы задания двумерной случайной величины.
33. Корреляционный момент двумерной случайной величины, свойства.
34. Коэффициент корреляции двумерной случайной величины, свойства.

## 7. Литература

### Список рекомендуемой литературы

1. **Высшая математика:** учебник / В.С. Шипачев. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 479 с. — (Высшее образование). — [www.dx.doi.org/10.12737/5394](http://www.dx.doi.org/10.12737/5394). - Текст: электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/990716>
2. Ячменёв, Л.Т. **Высшая математика:** учебник / Л.Т. Ячменёв. — Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2013. — 752 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7 (РИОР); ISBN 978-5-16-005400-1 (ИНФРА-М). - Текст: электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/344777>

### Список дополнительной литературы

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. -10-е изд., испр.- М.: Айрис-пресс, 2011. - 608 с.: ил. - (Высшее образование).
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. В 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 264 с. — Серия: Бакалавр. Академический курс.



Составитель **Бурков Сергей Николаевич**

## **МАТЕМАТИКА**

Методические указания по самостоятельному изучению дисциплины  
и выполнению контрольных и расчетно-графических работ

Печатается в авторской редакции

Издательский центр НГАУ  
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160