

**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Инженерный институт

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ (часть 1)**

Учебное пособие

Новосибирск 2023

Кафедра техносферной безопасности и электротехнологий

УДК 621.38 (075)

Составители: к.т.н., доцент. Е.И. Гаршина.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Добролюбов

Теоретические основы электротехники (часть 1): учебное пособие / Новосибир. гос. аграр. ун-т. Инж. ин-т; сост. Е.И. Гаршина. – Новосибирск, 2023. – 102 с.

Содержит основные сведения по теоретическим основам и методам расчета электрических цепей. Представлены варианты заданий по расчету линейных цепей постоянного, переменного однофазного и трехфазного тока; примеры решений задач по расчету электрических цепей, а также варианты задания по выполнению контрольной работы.

Предназначены для студентов очного и заочного обучения по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия (профиль «Электрооборудование и электротехнологии»).

Утверждены и рекомендована к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № 8 от 28 марта 2023 г.).

© Новосибирский государственный аграрный университет 2023

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина *Теоретические основы электротехники* в соответствии с требованиями ФГОС ВО направлена на формирование следующих компетенций:

- **Общепрофессиональные:** способность к использованию основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;
- **профессиональных:**
 - способность к профессиональной эксплуатации машин и технологического оборудования и электроустановок;
 - способность использовать типовые технологии технического обслуживания, ремонта и восстановления изношенных деталей машин и электрооборудования.

В результате изучения дисциплины студент должен

Знать:

- основные положения, методы и законы естественнонаучных дисциплин:
 - электротехническую терминологию и символику, основы теории электромагнитного поля и электрических цепей, основные величины, характеризующие электрические и магнитные цепи и поля и единицы их измерения, принципы электрических измерений электрических и неэлектрических величин, принципы устройства основных электронных приборов, свойства и области применения основных электротехнических и электронных устройств;
 - иметь представление по практическому применению электромагнитных процессов, электротехнических и электронных приборов и устройств.

Уметь:

-применять основные законы естественнонаучных дисциплин по профессиональной деятельности:

- читать электрические и электронные схемы, рассчитывать электрические и магнитные цепи и поля, выбирать элементы электрических цепей и средства измерения электрических величин, анализировать работу электротехнических устройств;

- обеспечивать эффективную и безопасную работу персонала с электрическими и электронными устройствами.

Владеть:

- методами математического анализа, исследования, расчета и моделирования электромагнитных процессов и преобразователей энергии;

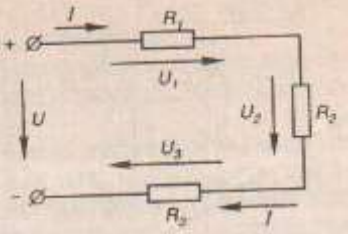
- приемами использования средств измерения, методами определения погрешности и оценки результатов измерений.

ТЕМА 1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Основные сведения.

Приступая к расчету электрических цепей, необходимо знать способы соединения (последовательное, параллельное, смешанное) как приемников, так и источников электрической энергии. Так,

- при последовательном соединении резисторов полное эквивалентное сопротивление равно сумме сопротивлений всех резисторов, включенных в электрическую цепь:

	$R_{\text{ЭКВ}} = \sum R_i$ <p>где $R_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентное или полное сопротивление электрической цепи; R_i – омическое сопротивление i-го резистора.</p>
<p>Рис.1-1</p>	

- при параллельном соединении резисторов полная эквивалентная проводимость равна сумме проводимостей всех резисторов, включенных в электрическую цепь:

	$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \sum \frac{1}{R_i}$ <p>где $R_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентное или полное сопротивление электрической цепи; R_i – омическое сопротивление i-го резистора; $\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}}$, $\frac{1}{R_i}$ – проводимости, соответственно, полная и эквивалентная i-го элемента цепи.</p>
<p>Рис. 1-2</p>	

При расчете электрической цепи обычно пользуются законами Ома и Кирхгофа.

Закон Ома определяется выражением: $I = \frac{U}{R}$

Законы Кирхгофа определяются выражениями:

Первый закон: Алгебраическая сумма токов, соединенных в один узел, равна нулю

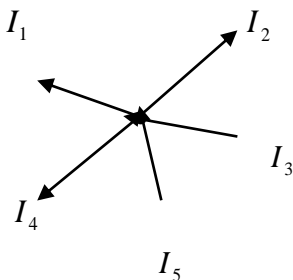


Рис. 1-3

$$\sum I = 0,$$

или для примера

$$-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

Примечание: направление токов в ветвях определяется произвольно: например, токи, входящие в узел, принимают положительными, а выходящие из узла – отрицательными

Второй закон: Алгебраическая сумма ЭДС в замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме падений напряжений на всех участках этой цепи

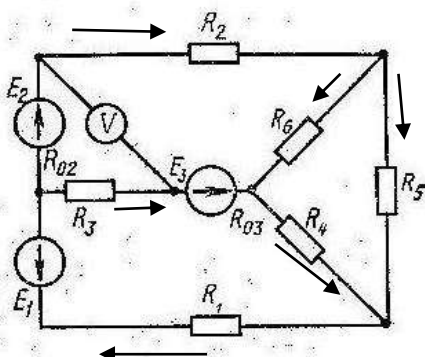


Рис. 1-4

$$\sum E_i = \sum R_i \cdot I_i$$

Примечание: для определения знаков в алгебраической сумме произвольно задаются направлением обхода контура: по часовой стрелке или против. ЭДС источника и направление токов ветвей, совпадающие с выбранным направлением обхода контура, считаются положительным, а не совпадающие – отрицательной.

1.2 Методы расчета электрических цепей постоянного тока.

1.2.1. Расчет простых электрических цепей постоянного тока методом свертывания (метод эквивалентного сопротивления).

Суть метода свертывания заключается в преобразовании схемы замещения электрической цепи таким образом, чтобы в результате этого преобразования получилась простейшая цепь, содержащая один эквивалентный источник ЭДС и одно сопротивление $R_{\text{экв}}$. Преобразование осуществляется на основании правил замены нескольких элементов цепи одним элементом с эквивалентным сопротивлением, соответствующим типу соединения этих элементов (см. рис.1 и 2). Данный метод может быть использован для расчета только простых электрических цепей.

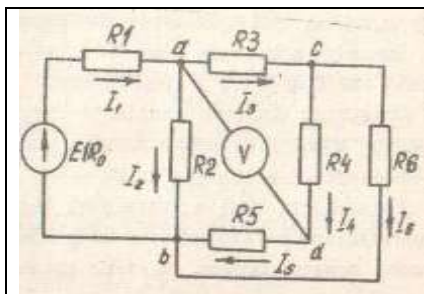


Рис.1 - 5а

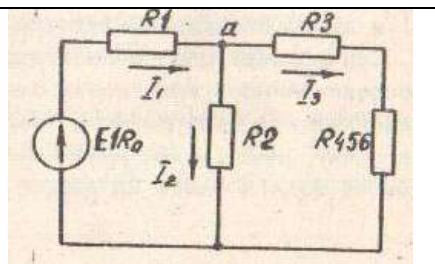


Рис.1 - 5б

Представленная на рис. 1 -5а электрическая цепь есть простая, так как является многоконтурной, но содержащей один источник энергии.

Если цепь содержит несколько источников, но включенных в одну ветвь, такая цепь тоже является простой. Суть метода заключается в том, что по заданным значениям сопротивлений резисторов $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и ЭДС источника

E_1 с внутренним сопротивлением R_0 требуется определить токи во всех ветвях цепи и напряжение, которое покажет вольтметр (сопротивление его велико и ток через этот прибор не протекает), включенный между точками схемы **a** и **d**.

Алгоритм расчета простой электрической цепи со смешанным (последовательным и параллельным) соединением резисторов представляет следующую последовательность действий (на примере цепи по рис. 1-5). При этом, свертывание производят всегда в направлении к источнику поэтапно. При рассмотрении схемы на рис. 1-5 направление свертывания – это направление справа налево до первой пары узлов.

1. Так резисторы R_4 и R_5 , соединены последовательно, а резистор R_6 – с ними параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление

$$R_{4,5,6} = R_{4,5} \times R_6 / (R_{4,5} + R_6), \text{ Ом}$$

$$\text{где } R_{4,5} = (R_4 + R_5), \text{ Ом}$$

2. После проведенных преобразований схема принимает вид, показанный на рис.1-5б, а эквивалентное сопротивление всей цепи определяется по формуле

$$R_{\text{эКВ}} = R_0 + R_1 + R_2 \times (R_{4,5,6} + R_3) / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3), \text{ Ом}$$

3. Ток I_1 в неразветвленной части схемы определяется по закону Ома:

$$I_1 = E / R_{\text{эКВ}}, \text{ А}$$

4. Воспользовавшись схемой (рис. 1-5б), найдем токи I_2 и I_3 :

$$I_2 = I_1 \times ((R_{4,5,6} + R_3) / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3)), \text{ А}$$

$$I_3 = I_1 \times (R_2 / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3)), \text{ А}$$

5. Переходя к рис. 1-5а, определим токи I_4 , I_5 и I_6 по аналогичным уравнениям:

$$I_4 = I_5 = I_3 \times (R_6 / (R_4 + R_5 + R_6)), \text{ А}$$

$$I_6 = I_3 \times ((R_4 + R_5) / (R_4 + R_5 + R_6)), \text{ А};$$

6. Зная ток I_1 , можно найти ток I_2 другим способом. Согласно второму закону Кирхгофа,

$$U_{ab} = E - (R_0 + R_1) \times I_1, \text{ В}$$

тогда $I_2 = U_{ab} / R_2, A$.

7. Показания вольтметра можно определить, составив уравнение по второму закону Кирхгофа, например, для контура acda:

$$R_3 I_3 + R_4 I_4 = U_{cd}, B$$

8. Для проверки правильности решения можно воспользоваться первым законом Кирхгофа и уравнением баланса мощностей, которые для схемы, изображенной на рис.1-5а, примут вид

$$I_1 = I_2 + I_3, A; \quad I_3 = I_4 + I_6, A;$$

$$E I_1 = (R_0 + R_1) I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + (R_4 + R_5) I_4^2 + R_6 I_6^2, Вт.$$

1.2.2. Алгоритм расчета сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов

К сложным электрическим цепям относятся многоконтурные цепи, содержащие несколько источников энергии, включенные в различные ветви.

Классическим методом расчета таких цепей является непосредственное применение законов Кирхгофа. Для понимания алгоритма применяя уравнений по законам Кирхгофа рассмотрим, в качестве примера, сложную электрическую цепь (рис.1.6).

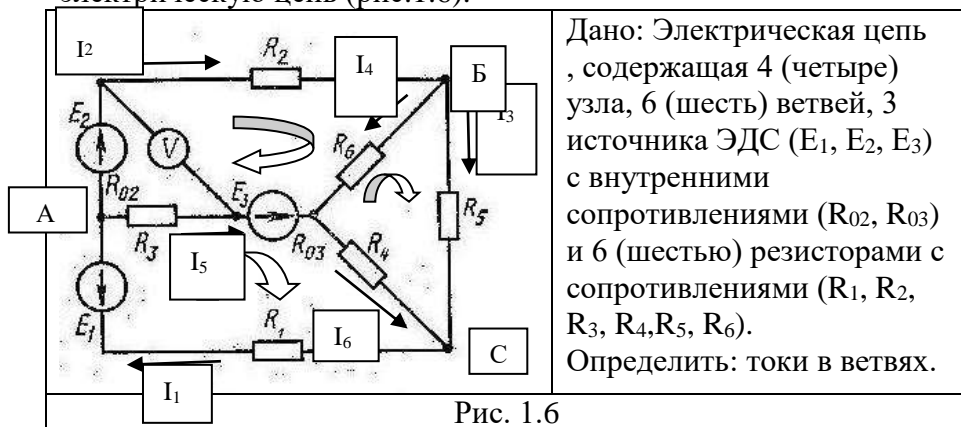


Рис. 1.6

Порядок расчета следующий:

1. Если цепь содержит последовательное и параллельные соединения, то ее упрощают, заменяя эти соединения эквивалентными сопротивлениями.

2. Произвольно указывают направления токов во всех ветвях. Если принятое направление тока не совпадает с действительным, то при расчете такие токи получаются отрицательными, т.е. со знаком минус.

3. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа. Таких уравнений будет составлено

$$(n-1), \text{ где } n - \text{ число узлов.}$$

4. Составляют уравнения по второму закону Кирхгофа. Таких уравнений будет составлено

$$(m-(n-1)), \text{ где } m - \text{ число ветвей.}$$

При составлении уравнений обход контура можно производить произвольно, т.е. как по часовой стрелки, так и против. За положительные ЭДС и токи принимают такие, направление которых совпадает с направлением обхода контура. Направление действия ЭДС внутри источника всегда принимают от минуса к плюсу.

5. Полученную систему уравнений решают относительно неизвестных токов.

Такое решение затруднено в связи с тем, что надо решить систему трех уравнений с шестью (по числу токов в ветвях) неизвестными. и тогда эту систему

6. Составим расчетные уравнения для электрической цепи, изображенной на рис. 1.6. Выбрав произвольно направление токов в ветвях цепи, составляем уравнения

- по первому закону Кирхгофа для соответственно А,Б,С:

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0$$

$$I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_3 + I_6 - I_1 = 0$$

Приняв направление обхода контура по часовой стрелке, составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для трех произвольно выбранных контуров:

$$-E_1 + E_3 = R_1 I_1 + (R_3 + R_{03}) I_5 + R_4 I_6$$

$$E_2 - E_3 = R_6 I_4 - (R_2 + R_{02}) I_2 - (R_3 + R_{03}) I_5$$

$$0 = +R_5 I_3 - R_4 I_6 - R_6 I_4$$

Легко заметить, что решение полученной системы из шести уравнений является весьма трудоемкой операцией. Поэтому при анализе сложных электрических цепей с несколькими источниками целесообразно применять метод контурных токов (метод ячеек), позволяющий уменьшить число совместно решаемых уравнений, составляемых по двум законам Кирхгофа, на число уравнений, записанных по первому закону Кирхгофа. Для этой цели в схеме выделим m независимых контура, в каждом из которых протекает произвольно направленный собственный ток, называемый контурным (I_{k1}, I_{k2}, I_{k3}).

Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов проводят на примере расчета той же электрической цепи, представленной на рис.1.4, следующим образом.

1. Произвольно задаются направлением контурных токов, причем это направление принимается за положительное (в нашем случае оно совпадает с направлением обхода контура).
2. Составляют для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа. Обход контура произвольно выбираем, например, по часовой стрелке:
первый контур:

$$(R_1 + R_3 + R_{03} + R_4) I_{k1} - (R_3 + R_{03}) I_{k2} - R_4 I_{k3} = +E_3 - E_1;$$

второй контур:

$$-(R_3+R_{03})I_{K1} + (R_2 + R_3 + R_{03}+ R_6)I_{K2} - R_6 I_{K3} = E_2 - E_3;$$

третий контур:

$$-R_4 I_{K1} - R_6 I_{K2} + (R_4 + R_5 + R_6) I_{K3} = 0 .$$

3. Решая совместно уравнения, определяем значения контурных токов I_{K1} , I_{K2} , I_{K3} . В том случае, когда значение контурного тока получаем со знаком « - », это означает, что его направление необходимо заменить на противоположное.

4. Токи во внешних ветвях схемы являются контурными токами и соответственно равны их значениям, т.е.

$$I_1 = I_{K1} ; I_3 = I_{K2} ; I_6 = I_{K3} .$$

5. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа и определяют токи во внутренних ветвях, т.е.

$$I_4 = I_{K2} - I_{K3}; I_5 = I_{K1} - I_{K2}; I_6 = I_{K1} - I_{K3}.$$

6. Составляем уравнение баланса мощностей как проверочное действие.

Уравнение баланса мощностей отражает равенство мощностей, отдаваемой источником и расходуемой приемниками, т.е. $P_{ист} = P_{пр}$,

где $P_{ист} = -E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_5$, Вт;

$$P_{пр} = R_1 I_1^2 + (R_2 + R_{02}) I_2^2 + R_5 I_3^2 + R_4 I_6^2 + (R_3 + R_{03}) I_5^2 + R_4 I_6^2, \text{Вт};$$

Тогда, получаем равенство

$$-E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_5 = R_1 I_1^2 + (R_2 + R_{02}) I_2^2 + R_5 I_3^2 + R_4 I_6^2 + (R_3 + R_{03}) I_5^2 + R_4 I_6^2 .$$

1.2.3. Задание 1.1.

Расчет простых электрических цепей постоянного тока методом свертывания

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 1.1-1 – 1.1-30, по заданным значениям сопротивлений и ЭДС выполнить следующее:

- упростить методом свертывания электрическую цепь, представленную на рис. 1.1-1 – 1.1-30;
- найти токи, протекающие во всех ветвях, пользуясь законами Ома и Кирхгофа;
- составить уравнение баланса мощностей для заданной схемы и определить значение активной мощности.

Номер варианта задания соответствует номеру студента в списочном составе группы.

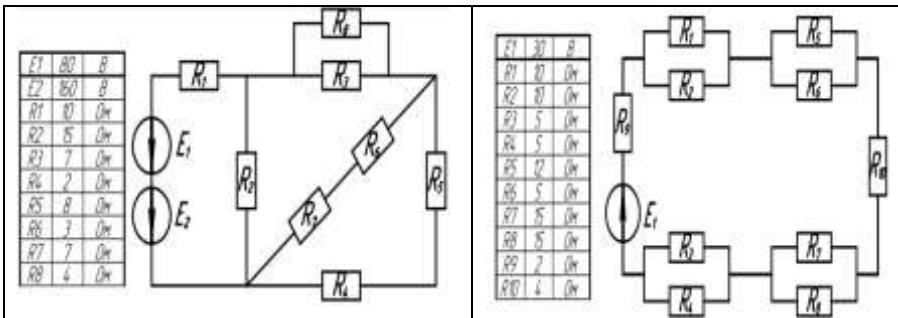


Рис. 1.1-1

Рис. 1.1-2

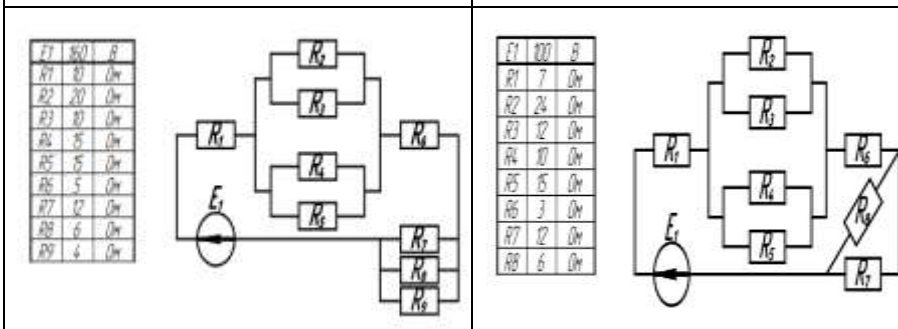


Рис. 1.1-3

Рис. 1.1-4

E1	300	B
R1	5	Ohm
R2	2	Ohm
R3	6	Ohm
R4	1	Ohm
R5	8	Ohm
R6	4	Ohm
R7	12	Ohm
R8	4	Ohm
R9	2	Ohm

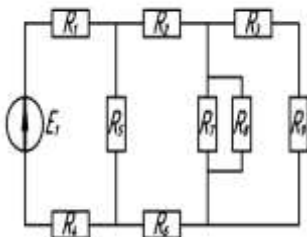


Рис. 1.1-5

E1	35	B
R1	2	Ohm
R2	3	Ohm
R3	5	Ohm
R4	10	Ohm
R5	10	Ohm
R6	10	Ohm
R7	10	Ohm
R8	4	Ohm
R9	6	Ohm

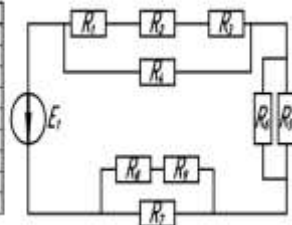


Рис. 1.1-6

E1	35	B
R1	10	Ohm
R2	10	Ohm
R3	10	Ohm
R4	10	Ohm
R5	10	Ohm

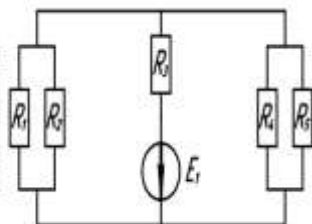


Рис. 1.1-7

E1	91	B
R1	3	Ohm
R2	12	Ohm
R3	4	Ohm
R4	4	Ohm
R5	3	Ohm
R6	4	Ohm
R7	10	Ohm

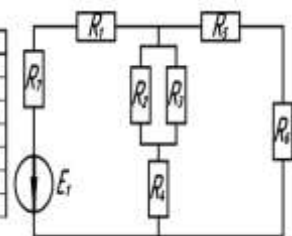


Рис. 1.1-8

E1	300	B
R1	5	Ohm
R2	1	Ohm
R3	2	Ohm
R4	3	Ohm
R5	4	Ohm
R6	6	Ohm
R7	6	Ohm
R8	4	Ohm

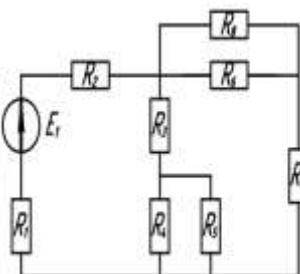


Рис. 1.1-9

E1	150	B
R1	05	Ohm
R2	2	Ohm
R3	5	Ohm
R4	5	Ohm
R5	20	Ohm
R6	5	Ohm
R7	5	Ohm
R8	2	Ohm
R9	4	Ohm

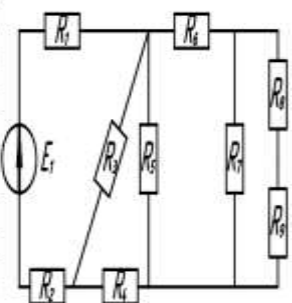


Рис. 1.1-10

E1	200	B
R1	10	Ohm
R2	5	Ohm
R3	5	Ohm
R4	5	Ohm
R5	3	Ohm
R6	2	Ohm
R7	6	Ohm
R8	1	Ohm
R9	9	Ohm

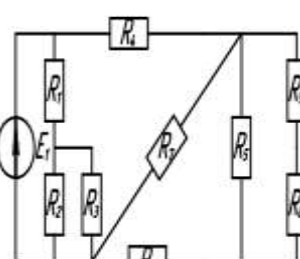


Рис. 1.1-11

E1	75	B
R1	10	Ohm
R2	2	Ohm
R3	4	Ohm
R4	8	Ohm
R5	10	Ohm
R6	6	Ohm
R7	12	Ohm
R8	6	Ohm

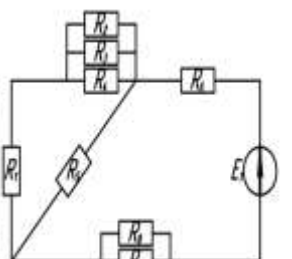


Рис. 1.1-12

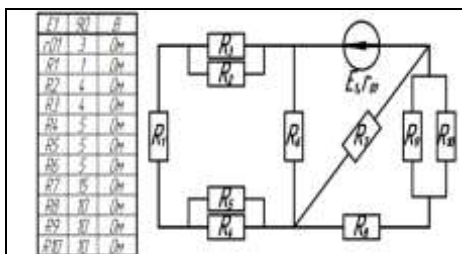


Рис. 1-1.13

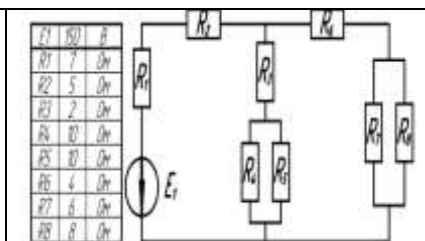


Рис. 1.1-14

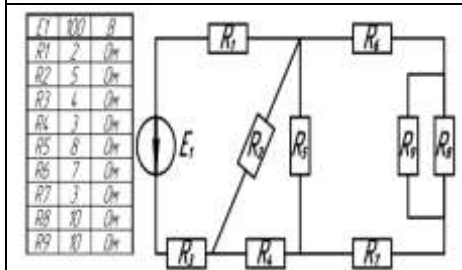


Рис. 1.1-15

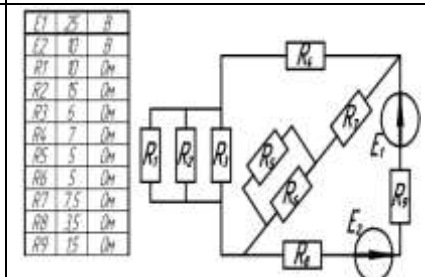


Рис. 1.1-16

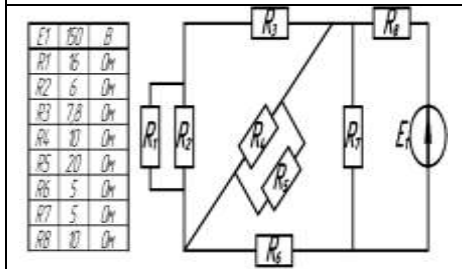


Рис. 1.1-17

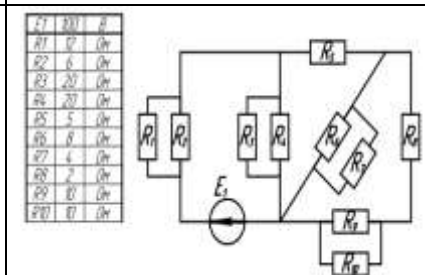


Рис. 1.1-18

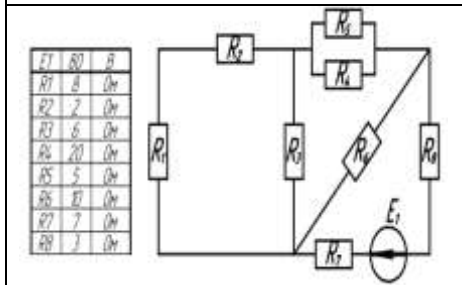


Рис. 1.1-19

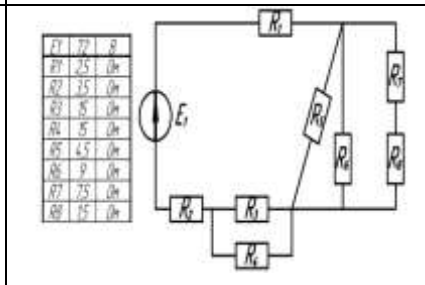
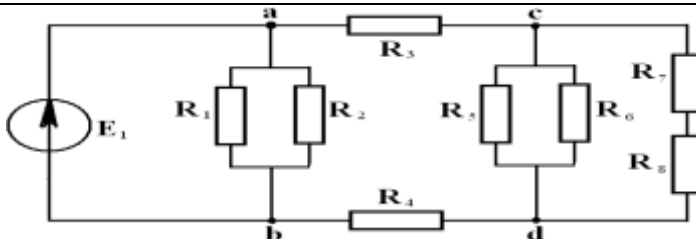
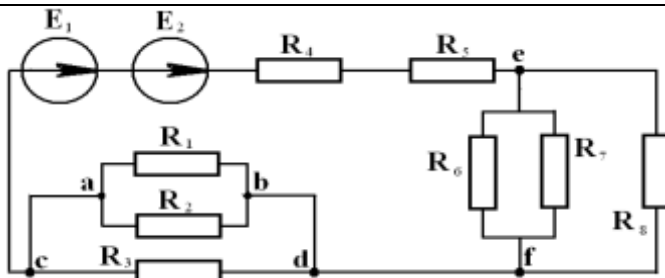


Рис. 1.1-20



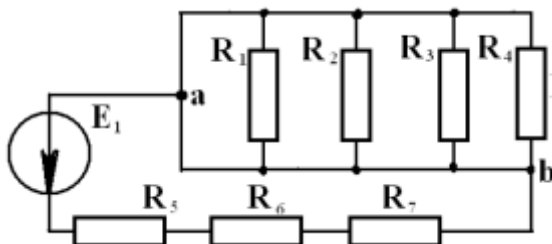
$E_1=25 \text{ B}$; $R_1= 10 \text{ OM}$; $R_2= 15 \text{ OM}$; $R_3= 25 \text{ OM}$; $R_4= 7 \text{ OM}$; $R_5= 5 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 8 \text{ OM}$; $R_8= 6 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-21



$E_1=35 \text{ B}$; $E_2=15 \text{ B}$; $R_1= 12 \text{ OM}$; $R_2= 8 \text{ OM}$; $R_3= 15 \text{ OM}$; $R_4= 3 \text{ OM}$; $R_5= 5 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 8 \text{ OM}$; $R_8= 6 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-22



$E_1=50 \text{ B}$; $R_1= 2 \text{ OM}$; $R_2= 8 \text{ OM}$; $R_3= 4 \text{ OM}$; $R_4= 6 \text{ OM}$; $R_5= 10 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 5 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-23

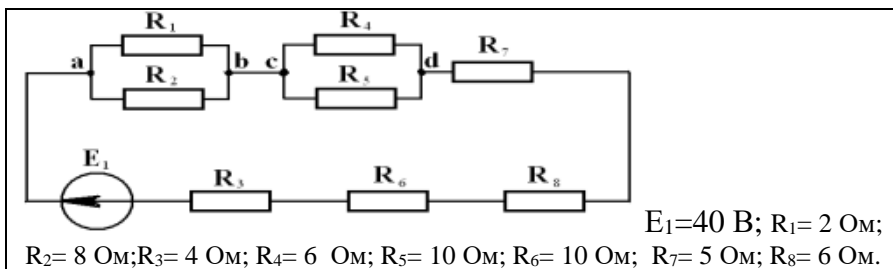


Рис. 1.1-24

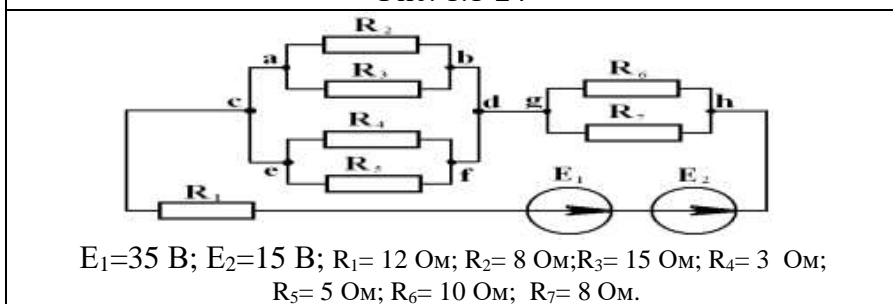


Рис. 1.1-25

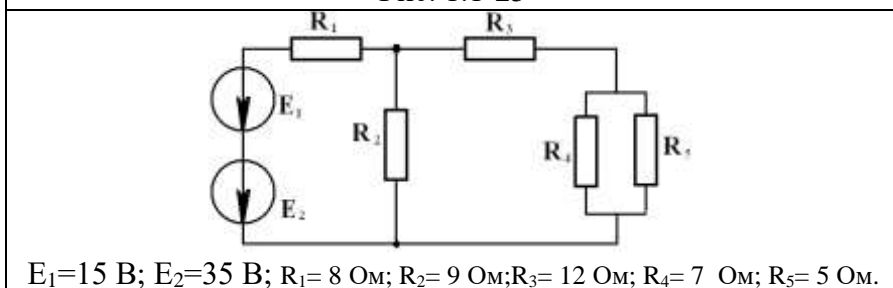


Рис. 1.1-26

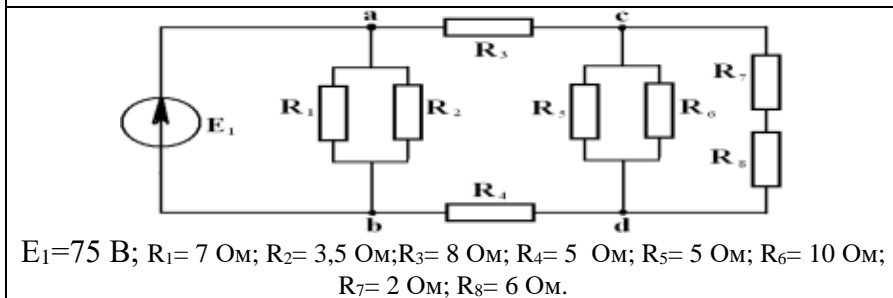
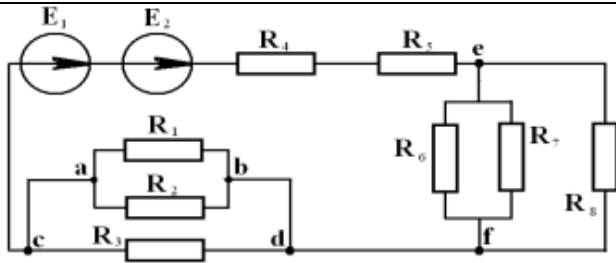
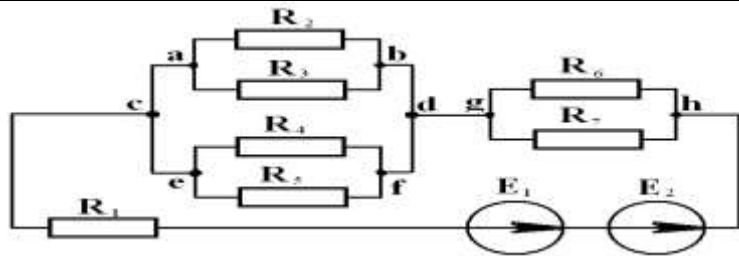


Рис. 1.1-27



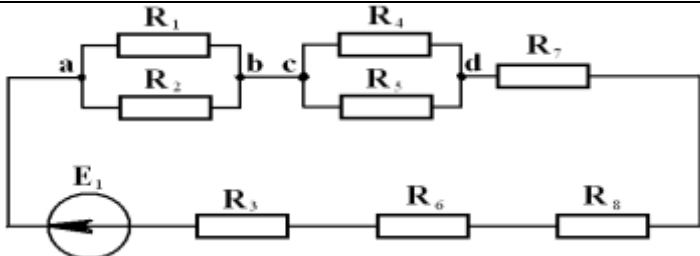
$E_1=13 \text{ B}; E_2=17 \text{ B}; R_1= 6 \text{ Ом}; R_2= 8 \text{ Ом}; R_3= 15 \text{ Ом}; R_4= 3 \text{ Ом}; R_5= 5 \text{ Ом};$
 $R_6= 10 \text{ Ом}; R_7= 8 \text{ Ом}; R_8= 6 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-28



$E_1=35 \text{ B}; E_2=15 \text{ B}; R_1= 12 \text{ Ом}; R_2= 8 \text{ Ом}; R_3= 15 \text{ Ом}; R_4= 3 \text{ Ом};$
 $R_5= 5 \text{ Ом}; R_6= 10 \text{ Ом}; R_7= 8 \text{ Ом}$

Рис. 1.1-29



$E_1=50 \text{ B}; R_1= 2 \text{ Ом}; R_2= 8 \text{ Ом}; R_3= 4 \text{ Ом}; R_4= 6 \text{ Ом}; R_5= 10 \text{ Ом}; R_6= 10 \text{ Ом};$
 $R_7= 5 \text{ Ом}; R_8= 6 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-30

1.2.4. Задание 1.2.

Расчет сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 1.2-1 – 1.2-27, по заданным в табл.1 значениям сопротивлений и ЭДС выполнить следующее:

- составить систему уравнений по законам Кирхгофа;
- найти токи, протекающие во всех ветвях, пользуясь методом контурных токов;
- определить показание вольтметра, установленного в цепь, и составить баланс мощностей для заданной схемы;
- построить в масштабе потенциальную диаграмму для внешнего контура.

Номер варианта задания соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.

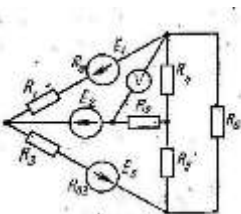


Рис 1.2-1

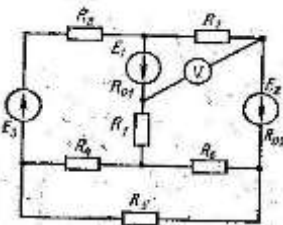


Рис.1.2-2

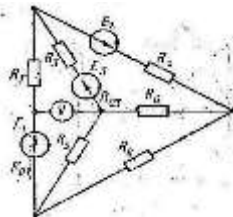


Рис.1.2-3

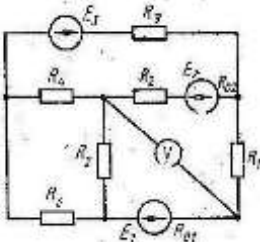


Рис.1.2-4

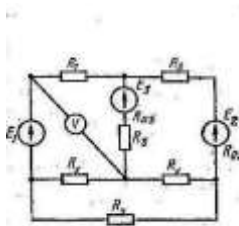


Рис.1.2-5

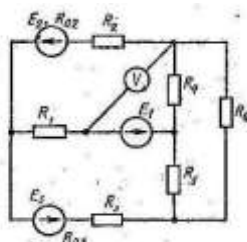


Рис.1.2-6

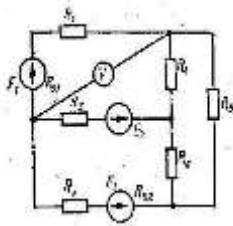


Рис.1.2-7

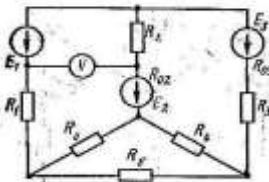


Рис.1.2-8

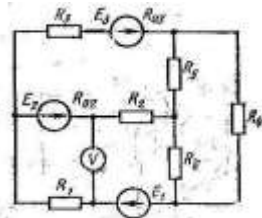


Рис.1.2-9

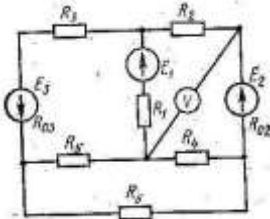


Рис.1.2-10

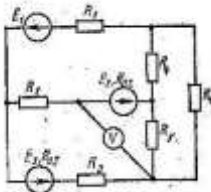


Рис.1.2-11

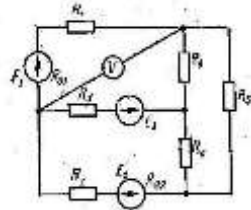


Рис.1.2-12

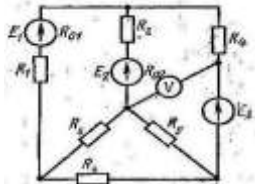


Рис.1.2-13

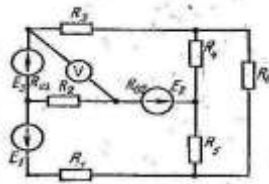


Рис.1.2-14

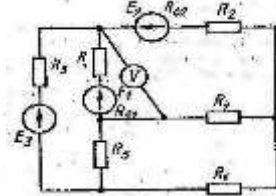


Рис.1.2-15

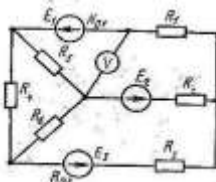


Рис.1.2-16

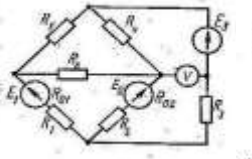


Рис.1.2-17

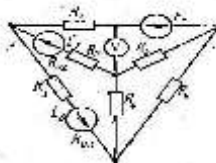


Рис.1.2-18

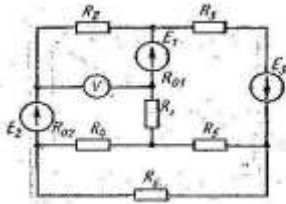


Рис.1.2-19

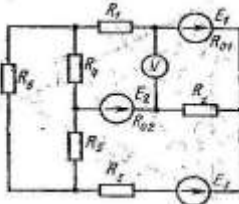


Рис.1.2-20

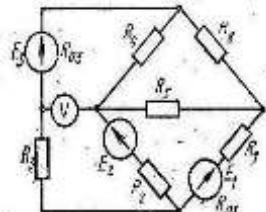


Рис.1.2-21

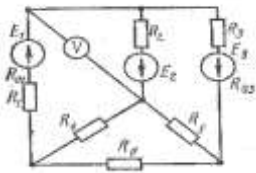


Рис.1.2-22

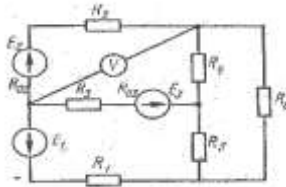


Рис.1.2-23

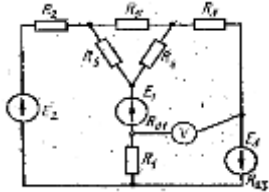


Рис.1.2-24

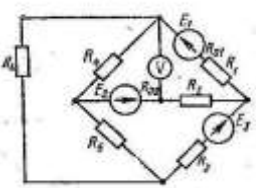


Рис.1.2-25

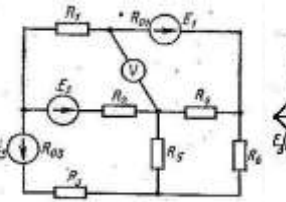


Рис.1.2-26

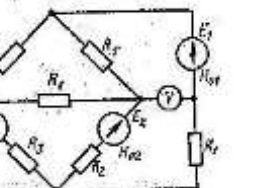


Рис.1.2-27

Таблица 1

Вариант /схема		Значения параметров											
		E ₁ В	E ₂ В	E ₃ В	R ₀₁ Ом	R ₀₂ Ом	R ₀₃ Ом	R ₁ Ом	R ₂ Ом	R ₃ Ом	R ₄ Ом	R ₅ Ом	R ₆ Ом
1	1.2-1	5	16	30	0,4	-	0,7	6	4	3	2	5	3
2	1.2-2	54	27	3	1,2	0,9	-	8,0	3	1	4	2	2
3	1.2-3	22	24	10	0,2	-	1,2	2	1	8	4	10	6
4	1.2-4	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
5	1.2-5	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
6	1.2-6	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
7	1.2-7	72	12	4	0,7	1,5	-	6,0	1	10	4	12	4
8	1.2-8	36	9	24	-	0,8	0,8	3,0	4	2	1	5	1
9	1.2-9	3	66	9	-	0,7	1,2	1,0	4	2	2	7	3
10	1.2-10	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
11	1.2-11	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
12	1.2-12	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
13	1.2-13	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
14	1.2-14	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
15	1.2-15	20	22	9	0,1	-	1,1	1	2	6	3	8	4
16	1.2-16	4	24	6	0,9	-	0,5	9,0	8	1	6	10	4
17	1.2-17	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5
18	1.2-18	12	48	6	-	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
19	1.2-19	12	30	25	1,0	0,4	-	1,0	5	1	1	6	4
20	1.2-20	30	16	10	0,6	0,8	-	2,0	5	3	1	8	5
21	1.2-21	4	9	18	0,8	-	0,7	2,7	10	4	8	10	2
22	1.2-22	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
23	1.2-23	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
24	1.2-24	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
25	1.2-25	12	6	40	1,2	0,6	-	2,0	3	8	5	7	8
26	1.2-26	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
27	1.2-27	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5
28	1.2-14	55	15	4	-	0,2	0,8	4	2	2	2	3	3
29	1.2-4	80	10	6	0,2	1,8	-	6,2	4	2	17	6	5
30	1.2-21	17	5	8	0,4	-	1,7	0,3	4	4	18	12	8

1.2.5. Пример решения задания 1.2.

В соответствии с заданием провести расчет электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1-7.

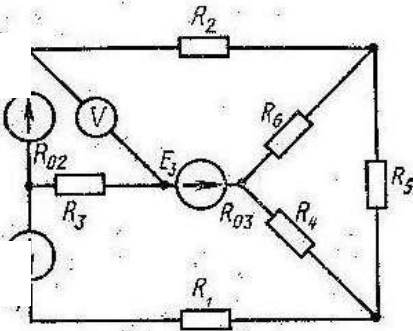


Рис. 1.7. Вариант электрической цепи, предложенной для примера расчета.

Дано:

$$E_1 = 12 \text{ В}; E_2 = 36 \text{ В}; E_3 = 12 \text{ В};$$

$$R_1 = 3,5 \text{ Ом}; R_{02} = 0,4 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом}; R_{03} = 1,2 \text{ Ом}; R_3 = 1 \text{ Ом}; R_4 = 5 \text{ Ом}; R_5 = 6 \text{ Ом}; R_6 = 9 \text{ Ом}.$$

Выполняем следующие действия.

Для выполнения пункта задания по составлению уравнений по законам Кирхгофа:

1. В произвольном порядке буквами **А, Б, В, Г, Д** обозначаем узлы, а также намечаем направление токов, протекающих во всех ветвях.

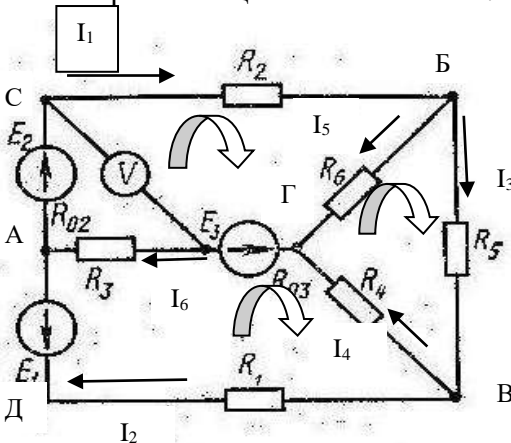


Рис.1.8. Схема замещения электрической цепи с обозначенными узлами и токами, протекающими во всех ветвях цепи.

2. Составляем уравнения:

- по 1-ому закону Кирхгофа в соответствии с выбранным направлением токов в ветвях, сходящихся в узлах:

$$\text{для узла А } I_1 = I_2 + I_6 ;$$

$$\text{для узла Б } I_1 = I_3 + I_5 ;$$

$$\text{для узла В } I_3 = I_5 + I_4 ;$$

$$\text{для узла Г } I_6 = I_4 + I_5 .$$

- по 2-ому закону Кирхгофа в соответствии с выбранным направлением обхода контуров:

$$\text{для контура 1 } E_2 - E_3 = (R_{02} + R_2) I_1 + R_6 I_5 + (R_{03} + R_3) I_6 ;$$

$$\text{для контура 2 } E_3 - E_1 = R_1 I_2 - (R_{03} + R_3) I_6 - R_4 I_4 ;$$

$$\text{для контура 3 } 0 = R_4 I_4 - R_6 I_5 + R_5 I_3 .$$

При подставлении в уравнения значений сопротивлений и ЭДС из данных получим следующие уравнения:

$$\text{для контура 1 } 24 = 5,4 I_1 + 9 I_5 + 2,2 I_6 ;$$

$$\text{для контура 2 } 0 = 3,5 I_2 - 2,2 I_6 - 5 I_4 ;$$

$$\text{для контура 3 } 0 = 5 I_4 - 9 I_5 + 6 I_3 .$$

Полученную систему уравнений дополняем тремя уравнения (любыми из 4-х составленных по 1-ому закону Кирхгофа), и в результате получаем систему из 6 уравнений с шестью неизвестным, которыми являются токи в ветвях.

Для выполнения пункта задания по составлению уравнений пометоду контурных токов выполняем следующие действия:

1. Составляем для каждого выбранного ранее контуров уравнения контурных токов, предварительно наметив направление собственных контурных токов. В результате получаем уравнения, представленные следующими выражениями:

для контура 1

$$+(R_{02} + R_2 + R_{03} + R_3 + R_6) I_{k1} - (R_{03} + R_3) I_{k2} - R_6 I_{k3} = E_2 - E_3$$

для контура 2

$$-(R_{03} + R_3) I_{k1} + (R_{03} + R_3 + R_4 + R_1) I_{k2} - R_4 I_{k3} = E_3 - E_1$$

для контура 3

$$-R_6 I_{k1} - R_4 I_{k2} + (R_4 + R_6 + R_5) I_{k3} = 0$$

2. Подставляем в уравнения значений сопротивлений и ЭДС из данных получим следующие уравнения:

$$\text{для контура 1} \quad 16,6 I_{k1} - 2,2 I_{k2} - 9 I_{k3} = 24;$$

$$\text{для контура 2} \quad -2,2 I_{k1} + 10,7 I_{k2} - 5 I_{k3} = 0;$$

$$\text{для контура 3} \quad -9 I_{k1} - 5 I_{k2} + 20 I_{k3} = 0.$$

3. Полученная система уравнений может быть решена с помощью определителей (см. Приложение 1). Таким образом, получим следующие значения определителей:

$$\text{главный определитель } \Delta = \begin{vmatrix} +16,6 & -2,2 & -9 \\ -2,2 & +10,7 & -5 \\ -9 & -5 & +20 \end{vmatrix} = 1975,9$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{k1} = \begin{vmatrix} +24 & -2,2 & -9 \\ 0 & +10,7 & -5 \\ 0 & -5 & +20 \end{vmatrix} = 4806$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{k2} = \begin{vmatrix} +16,6 & +24 & -9 \\ -2,2 & 0 & -5 \\ -9 & 0 & +20 \end{vmatrix} = 2136$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{k3} = \begin{vmatrix} +16,6 & -2,2 & +24 \\ -2,2 & +10,7 & 0 \\ -9 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 2575,2$$

4. По полученным значениям определителей определяем значения контурных токов, т.е. значения токов в ветвях внешнего контура схемы замещения рассматриваемой электрической цепи:

$$I_1 = I_{к1} = \frac{4806}{1975,9} = 2,43 \text{ (A)};$$

$$I_2 = I_{к2} = \frac{2136}{1975,9} = 1,08 \text{ (A)};$$

$$I_3 = I_{к3} = \frac{2575,2}{1975,2} = 1,30 \text{ (A)};$$

5. Определяем значения токов в ветвях, являющихся общими для, соответственно, контуров 1 и 2 и контуров 2 и 3. Для этого воспользуемся уравнениями по 1-ому закону Кирхгофа, составленными ранее, и получим значения токов, протекающих во внутренних ветвях заданной схемы замещения:

$$I_4 = I_3 - I_2 = 1,3 - 1,08 = 0,22 \text{ (A)};$$

$$I_5 = I_1 - I_3 = 2,43 - 1,30 = 1,13 \text{ (A)};$$

$$I_6 = I_1 - I_2 = 2,43 - 1,08 = 1,35 \text{ (A)}.$$

6. Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощностей:

$$- E_2 I_1 + E_3 I_6 - E_1 I_3 = R_1 I_2^2 + R_2 I_1^2 + R_3 I_6^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_3^2 + R_6 I_5^2$$

Подставив расчетные значения токов, получим равенство

$$58,32 \text{ Вт} = 57,29 \text{ Вт}.$$

Погрешность вычисления составила 1,7%.

Для выполнения пункта задания по построению потенциальной диаграммы выполняем следующие действия:

1. Построение потенциальной диаграммы основывается на знании обобщенного закона Ома и строится только для внешнего контура схемы замещения электрической цепи.

Для построения потенциальной диаграммы принимаем потенциал узла А, равным нулю, т.е. условно заземляем. Тогда потенциалы других точек внешнего контура схемы замещения электрической цепи определяются в соответствии со следующими выражениями

$$\varphi_A = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_C = \varphi_A + E_2 = 0 + 36 = 36 \text{ В};$$

$$\varphi_B = \varphi_C - R_2 I_1 = 36 - 12,2 = 23,8 \text{ В};$$

$$\varphi_V = \varphi_B - R_5 I_3 = 23,8 - 7,9 = 15,9 \text{ В};$$

$$\varphi_D = \varphi_V - R_1 I_2 = 15,9 - 3,81 = 12,09 \text{ В};$$

$$\varphi_A = \varphi_D - E_2 = 12,09 - 12,0 = 0,09 \text{ В}.$$

2. Для непосредственно для построения потенциальной диаграммы:

- строим координатную сетку.

- по оси абсцисс откладываем значения сопротивлений, включенных во внешний контур схемы замещения электрической цепи, а по оси ординат – значение рассчитанных потенциалов.

- полученные точки пересечения координат на сетке соединяем прямой и получаем кривую изменения потенциалов в точках электрической цепи, т.е. потенциальную диаграмму (см. рис. 1-9).

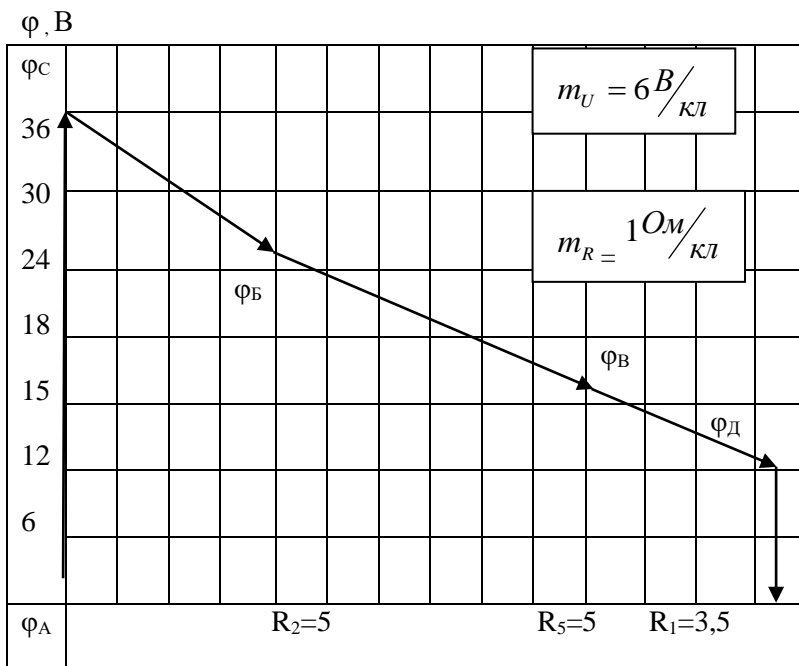


Рис. 1-9. Потенциальная диаграмма.

ТЕМА 2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

2.1. Основные понятия о переменном токе.

Переменный электрический ток – это электрический ток, периодически изменяющийся с течением времени. В электрических сетях используется синусоидальный переменный ток, который возникает в цепи под действием синусоидальной ЭДС. Синусоидальная ЭДС создается за счет явления электромагнитной индукции в рамке, которая вращается с постоянной скоростью V в однородном магнитном поле с индукцией B (рис. 4.1 а). Величина индуцируемой ЭДС $e = BVL\sin\alpha$, где L - длина активной стороны рамки, т.е. стороны, пересекающей магнитное поле; α - угол, под которым активная сторона рамки пересекает магнитное поле или угол поворота рамки относительно какой-то нейтральной плоскости.

Когда рамка находится в нейтральной плоскости ($\alpha = 0^\circ$), индуцируемая ЭДС равна нулю. Когда рамка пересекает магнитное поле под углом 90° ($\alpha = 90^\circ$), индуцированная ЭДС имеет максимальное значение.

Из этого следует, что ЭДС в рамке изменяется так, как $\sin\alpha$, т.е. по синусоидальному закону. Поэтому ее и называют синусоидальной.

Если рамка замкнута на внешнюю цепь, то в ней проходят ток, который, как и ЭДС, называется синусоидальным. Синусоидальная ЭДС, ток и напряжение характеризуются следующими величинами:

Амплитуда – максимальное значение синусоидальной величины. Амплитудные значения обозначаются E_m , I_m , U_m . Очевидно, $E = BVL$, если $\sin\alpha = 1$ (при $\alpha = 90^\circ$ или $\alpha = 270^\circ$). Следовательно, $e = E_m \sin\alpha$;

Период – наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенное значение периодического электрического тока повторяется. За один период синусоидальная величина совершает полный цикл своих

изменений, после чего изменения повторяются в той же последовательности. Обозначается период буквой T измеряется период в секундах (сек);

Частота – число периодов в одну секунду времени:

$$f = 1 / T.$$

Промышленная частота f измеряется в герцах (Гц) и в России равна 50 Гц;

Угловая частота (скорость) – угол поворота рамки в единицу времени $\omega = \alpha / t$

Очевидно, за один период T рамка повернется на угол 2π радиан или 360° . Следовательно,

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi f;$$

Мгновенное значение ЭДС, тока или напряжения – значение синусоидальной величины в любой момент времени. Мгновенные значения обозначаются e, i, u . Тогда мгновенные значения синусоидальных величин можно записать в виде:

$$e = E_m \sin \omega t; \quad i = I_m \sin \omega t; \quad u = U_m \sin \omega t$$

Начальная фаза – угол, определяющий значение синусоидальной величины в начальный момент времени ($t=0$). Обозначается буквой Ψ . С учетом начальной фазы мгновенное значение синусоидальной ЭДС, например, можно записать:

$$e = E_m \sin (\omega t + \Psi) ;$$

Таким образом, мгновенное значение синусоидальной величины характеризуется амплитудой (E_m, I_m, U_m), угловой частотой ω и начальной фазой Ψ .

Величина $(\omega t + \Psi)$ называется **фазой синусоиды**.

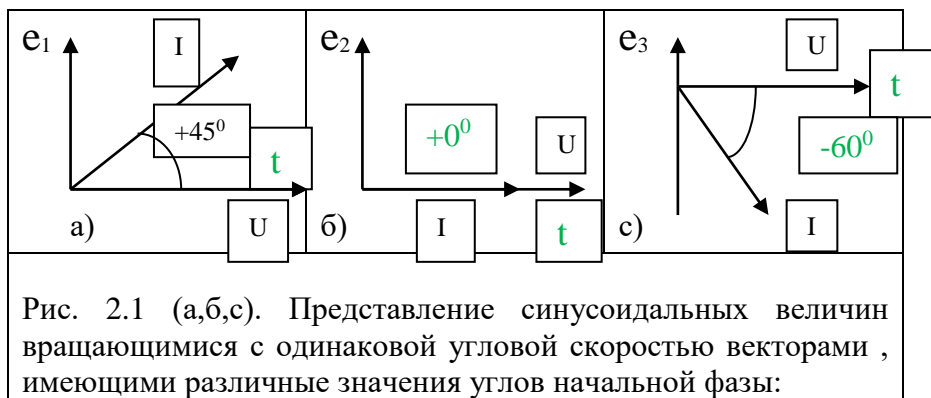
2.2. Представление синусоидальных величин вращающимися векторами

Для наглядности синусоидальные величины изображаются векторами, вращающимися против часовой стрелки со скоростью, равной угловой частоте этих синусоид. Так как эти векторы изображают синусоиды в начальный момент времени ($t=0$), то они неподвижны. Длина вектора в

выбранном масштабе определяется амплитудой синусоиды, а угол поворота вектора против часовой стрелки относительно положительного направления оси абсцисс равен начальной фазе синусоиды. Таким образом, вектор учитывает все значения, характеризующие синусоидальную величину: амплитуду, угловую частоту и начальную фазу.

Так, например, три синусоидальные ЭДС одинаковой частоты

$e_1 = E_{m1} \sin(\omega t + 45^\circ)$; $e_2 = E_{m2} \sin(\omega t + 0^\circ)$, $e_3 = E_{m3} \sin(\omega t - 60^\circ)$ можно изобразить векторами (рис. 2.1 а,б,с).



Совокупность нескольких векторов, изображающих синусоидальные величины одинаковой частоты в начальный момент времени, называется *векторной диаграммой*.

Сложение и вычитание синусоидальных величин одинаковой частоты можно осуществить аналитически и графически – построение волновых или векторных диаграмм. Суммарная синусоида имеет ту же частоту, что и исходные.

Широкое применение получило сложение и вычитание с помощью векторных диаграмм. Сложение векторов осуществляется по правилу параллелограмма.

Исходя из этого, проанализируем простейшие электрические цепи переменного тока.

2.3. Представление синусоидальных величин вращающимися векторами на плоскости комплексных чисел.

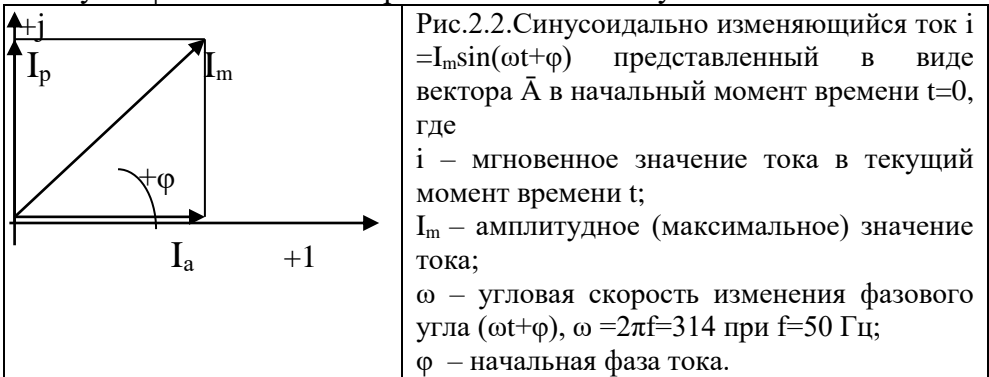
Широкое применение для расчета сложных цепей переменного тока нашел символический метод, основанный на использовании комплексных чисел и позволяющий вести расчет с применением алгебраических формул.

2.3.1. Комплексные числа и действия с ними.

Суть символического метода с применением комплексных чисел заключается в том, что синусоидально изменяющиеся токи, падения напряжения на элементах, э.д.с. представляются вращающимися векторами на плоскости комплексных чисел.

Комплексным числом называется число, представленное в виде $\bar{A} = \pm A_1 \pm jA_2$, т.е. алгебраической суммой двух слагаемых: вещественной частью A_1 и мнимой частью jA_2 комплексного числа \bar{A} . Плоскость комплексных чисел представлена плоскостью со следующими осями: ось представляет собой декартовую систему с той лишь разницей, что ось абсцисс будет представлена осью вещественных или действительных чисел ($-1 \dots +1$), а ось ординат - как ось мнимых чисел ($-j \dots +j$). Тогда комплексное число будет представлено вектором, вращающимся с угловой скоростью Ω , длина которого соответствует абсолютному или действующему значению комплексного числа, а угол наклона к оси вещественных чисел соответствует начальной фазе φ синусоидально изменяющихся токов, падений напряжения, э.д.с. Тогда, например, синусоидально изменяющийся ток $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ может быть представлен на плоскости комплексных чисел в виде вектора \underline{I} в начальный момент времени $t=0$ (см. рис. 2.2). При этом, положительные значения угла φ , соответствующее положительному значению начальной фазы синусоидальной величины, откладывается против часовой стрелки от положительной полуоси

вещественных чисел, т.е. от оси +1, а отрицательные значения угла φ – по часовой стрелки от той же полуоси.



Согласно теории комплексных чисел синусоидальные величины могут быть представлены в трех формах комплексного числа: алгебраической, показательной и тригонометрической:

Синусоидально изменяющаяся величина, например, тока $i = I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$		
Показательная	Тригонометрическая	Алгебраическая
$\underline{I} = I_m e^{\pm j\varphi}$, e – основание натурального логарифма; j – оператор поворота (или мнимая единица, $j = \sqrt{-1}$)	Перевод из показательной формы в тригонометрическую основан на формуле Эйлера: $e^{\pm j\varphi} = \cos(\pm \varphi) + j \sin(\pm \varphi)$	$\underline{I} = I_a \pm j I_p$ I_a – активная составляющая тока I (проекция вектора I_m на ось вещественных чисел; I_p – реактивная составляющая тока I (проекция вектора I_m на ось мнимых чисел)

Рис. 2.3. Формы представления комплексных чисел.

Благодаря такому представлению комплексных чисел можно просто выполнять такие арифметические операции как сложение/вычитание и умножение/деление. Причем, сложение и вычитание выполняют, представляя комплексные числа в алгебраической форме, а умножение и деление - в показательной форме. При этом учитывают, что при умножении комплексных чисел значения углов складываются с учетом их знаков, а при делении – вычитаются.

При анализе работы и расчетах цепей переменного тока, содержащих в качестве потребителей (или нагрузки) как активные (осветительные лампы, резисторы) так и реактивные (реальные катушки индуктивности и конденсаторы) элементы, исходят из того, что для мгновенных значений переменного тока можно использовать все соотношения, законы и методы, используемые в цепях постоянного тока.

Исходя из этого, проанализируем простейшие электрические цепи переменного тока.

2.3.2. Цепь с активным сопротивлением.

Активным сопротивлением r обладают проводники и элементы, которые нагреваются при протекании через них тока.

Если к активному сопротивлению r приложено синусоидальное напряжение

$u = U_m \sin \omega t$, то ток в этой цепи изменяется также по синусоидальному закону и имеет ту же начальную фазу, т.е. сдвиг фаз между током, протекающим через резистор и падением напряжения на нем равен нулю:

$$i = u / R = (U_m / r) \sin \omega t = I_m \sin \omega t,$$

$$\text{где } I_m = U_m / r, \text{ A ; } \varphi_r = 0 \text{ град.}$$

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и ток в заданной цепи в виде комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{U} = U_m e^{+j \varphi_r} e^{+j \omega t} = \underline{U}_m e^{+j \omega t}, \text{ B}$$

$$\underline{I} = I_m e^{+j \varphi_r} e^{+j \omega t} / r = \underline{I}_m e^{+j \omega t}, \text{ A}$$

Тогда, математическое выражение закона Ома для цепи переменного тока с активным сопротивлением будет представлено выражением

$$\underline{I} = \underline{U} / r, \text{ A}$$

Векторная диаграмма представлена на рис. 2.4.

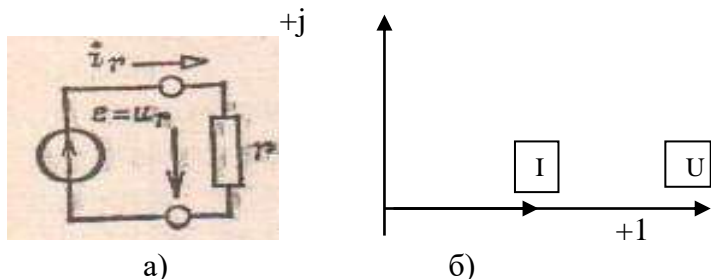


Рис. 2.4. Простейшая цепь, содержащая резистор (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и протекающего в этой цепи тока (б).

Ток в электрической цепи с активным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением, так как начальные фазы их равны.

Мгновенная мощность цепи равна $p = u i$.

Если произвести это действие над кривыми тока и напряжения в определенном масштабе, то получим волновую диаграмму мощности p , из которой можно увидеть, что мощность в цепи с активным сопротивлением изменяется по величине, но не изменяется по направлению. Эта мощность не обратима, так поступает от источника к потребителю и преобразуется в другие виды мощности или энергию. Так как эта мощность полностью потребляется потребителем, преобразуясь в тепловую энергию, то она называется **активной**. Сопротивление R , на котором происходит такое преобразование, называется также **активным**

сопротивлением. Величина активной мощности P в цепи измеряется в Ваттах (Вт) и определяется по формуле

$$P = UI = I^2 r = U^2 / r, \text{ Вт.}$$

2.3.3. Цепь с идеальной индуктивностью.

Катушка индуктивности L , у которой $r = 0$, называется идеальной. Если в цепи с идеальной катушкой (рис.2.5) протекает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает синусоидальный магнитный поток $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, который индуцирует в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = I_m \omega L \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ), \text{ где } E_m = I_m \omega L$$

Для существования тока в идеальной катушке к ней должно быть приложено напряжение, которое в любой момент времени равно по величине $u = e_L$, но находится в противофазе с ЭДС самоиндукции, т.е.

$$u_L = I_m \omega L \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + 90^\circ), \text{ где } U_m = I_m \omega L.$$

Если записать синусоидальный ток и приложенное синусоидальное напряжение в заданной цепи в виде комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + \psi)} = \underline{I}_m e^{+j\omega t}, \text{ где } \underline{I}_m = I_m e^{+j\psi}, \text{ А}$$

$$\underline{U}_m = U_m e^{+j(\psi + 90)} = \omega L I_m e^{+j\psi} e^{+j90} = \omega L \underline{I}_m e^{+j90} = +j \omega L \underline{I}_m, \text{ В}$$

где $e^{+j90} = +j$.

Тогда, учитывая, что величина ωL имеет размерность сопротивления, обозначаем это выражение представляем как реактивное сопротивление катушки индуктивности в виде алгебраической формы комплексного числа, т.е.

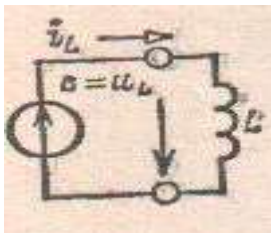
$$\underline{X}_L = +j(\omega L) = +j(2\pi f L) - \text{комплекс индуктивного сопротивления.}$$

Тогда, математическое выражение закона Ома в комплексной форме в цепи с идеальной катушкой индуктивности представлено выражением

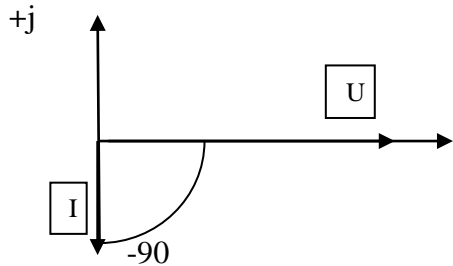
$$\underline{I} = \underline{U} / (+j \omega L) = \underline{U} / (+j X), \text{ A}$$

Векторная диаграмма для цепи с идеальной катушкой изображена на рис. 2.5.

Напряжение, приложенное к идеальной катушке, опережает ток по фазе на угол $+90^\circ$.



а)



б)

Рис. 2.5. Простейшая цепь, содержащая идеальную катушку индуктивности (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и тока в этой цепи (б).

Мгновенная мощность для цепи с идеальной катушкой индуктивности

$$p = u i = U_m \sin (\omega t + 90^\circ) I_m \sin \omega t = U I \sin 2\omega t.$$

Из этого следует, что в цепи с идеальной индуктивностью мощность изменяется также по синусоидальному закону, но с удвоенной частотой. Так в 1ю и 3-ю четверти периода мощность накапливается в магнитном поле идеальной катушки, в 2-ю и 4-ю четверти периода та же мощность из магнитного поля возвращается к источнику. Таким образом, в цепи переменного тока с индуктивностью имеет место колебания мощности (энергии) между источником и магнитным полем индуктивности.

Такая колеблющаяся между источником и нагрузкой мощность, в отличие от активной, называется **реактивной мощностью**:

$$Q_L = U_L I = X_L I^2 = U^2 / X_L, \text{ Вар,}$$

где $X_L = 2\pi fL$ – реактивное индуктивное сопротивление. Обусловленное противодействием ЭДС самоиндукции изменению тока (правило Ленца).

Измеряется реактивная мощность в варах: вольт-ампер реактивный (Вар). Реактивная мощность загружает источник и провода, но не потребляется, т.е не преобразуется в другие виды мощности (энергии).

2.3.4. Цепь с идеальным конденсатором (емкостью).

Если к конденсатору емкостью C приложено переменное синусоидально изменяющееся напряжение u , то в цепи конденсатора возникает переменный ток заряда и разряда конденсатора, при этом через диэлектрик конденсатора ток не проходит.

Если напряжение на конденсаторе изменяется по синусоидальному закону $u = U_m \sin \omega t$, то ток в цепи конденсатора будет представлен выражением

$$i = dq/dt = C du/dt = U_m \omega C \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ),$$

$$\text{где } I_m = U_m \omega C,$$

т.е. ток в цепи с емкостью, изменяясь по синусоидальному закону, опережает напряжение на угол 90° .

Математическое выражение закона Ома для цепи переменного тока, содержащей емкость, представлено ниже :

$$I = \omega C U \text{ или } I = U / (1/\omega C) \text{ или } I = U / X_c,$$

где $X_c = 1/(\omega C) = 1/(2\pi fC)$ – реактивное емкостное сопротивление.

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и синусоидальный ток в заданной цепи в виде комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{U} = U_m e^{+j(\omega t + \psi)} = \underline{U}_m e^{+j\omega t}, \text{ где } \underline{U}_m = U_m e^{+j\psi}, \text{ В}$$

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + (\psi + 90))} = I_m e^{+j\psi} e^{+j90} e^{+j\omega t} = +j I_m e^{+j\omega t}, \text{ А}$$

где $\underline{I}_m = I_m e^{+j\psi} = +j (U_m e^{+j\psi}) / X_c, \text{ А}$

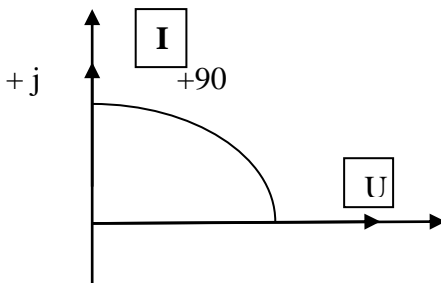
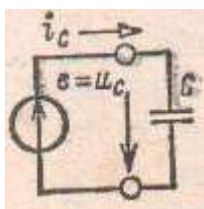
умножаем числитель и знаменатель полученной дроби на сопряженный оператор, т.е. на (-j) и получаем математическое выражение закона Ома в комплексной форме в цепи с идеальным конденсатором :

$$\underline{I} = \underline{U} / (-j \omega C) = \underline{U} / (-j X_c),$$

где $X_c = 1 / (-j (\omega C)) = 1 / (-j 2\pi f C)$ - комплекс емкостного сопротивления.

Напряжение, приложенное к идеальной катушке, опережает ток по фазе на угол $+90^\circ$.

Векторная диаграмма для цепи с идеальной катушкой изображена на рис. 2.6.



а)

б)

Рис. 2.6. Простейшая цепь, содержащая идеальный конденсатор (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и тока в этой цепи (б).

Мгновенная мощность электрической цепи с конденсатором $p = u i = U_m \sin(\omega t - 90^\circ) I_m \sin \omega t = -U I \sin 2\omega t$, т.е. мгновенная мощность p изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой, т.е. во 2-ю и 4-ю четверти периода мощность накапливается в электрическом поле конденсатора, а в 1-ю и 3-ю четверти та же мощность

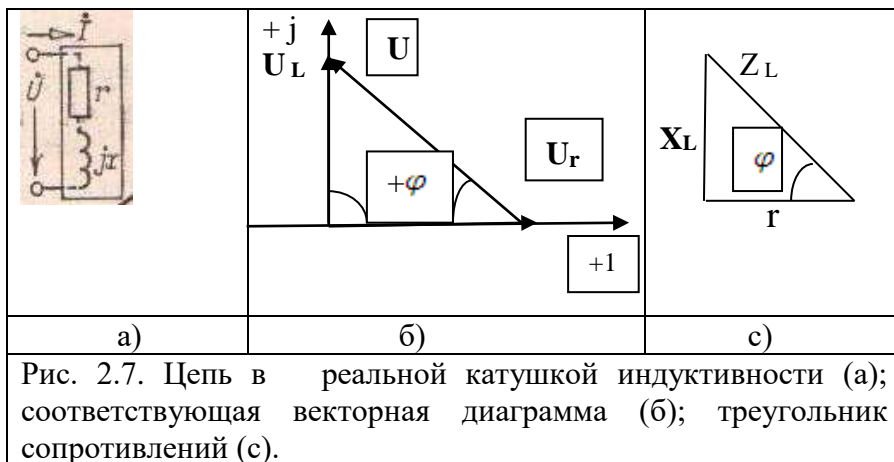
возвращается к источнику. Таким образом, в цепи переменного тока с емкостью происходит колебание мощности (энергии) между источником и электрическим полем конденсатора, т.е. эта мощность реактивная

$$Q_C = U_C I = X_C I^2 = U^2 / X_C.$$

реактивная мощность в цепи с емкостью находится в противофазе с реактивной мощностью в цепи с индуктивностью (рис. 4.8. в), поэтому перед аналитическим выражением мгновенной мощности в цепи с емкостью стоит знак « - ».

2.3.5. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью (цепь с реальной индуктивностью).

Цепь переменного тока с реальной катушкой индуктивности, т.е. с катушкой, обладающей активным сопротивлением r и индуктивностью L (рис. 2.7.а), можно рассматривать как неразветвленную цепь с последовательно включенными активным r и индуктивным X_L сопротивлениями.



Действующее значение напряжения цепи определяется геометрической суммой действующих значений падения напряжения на активном $u_r = i r$ и индуктивном $u_L = i X_L$ сопротивлениях реальной катушки, т.е. $U = u_r + u_L$. Если ток в рассматриваемой цепи изменяется по синусоидальному закону $i = I_m \sin \omega t$, то и напряжения изменяются по синусоидальному закону. При этом

$u_r = U_m r \sin \omega t$ – совпадает по фазе с током, а

$u_L = U_m L \sin (\omega t + 90^\circ)$ – опережает ток по фазе на угол 90° .

На этом основании строится векторная диаграмма (рис. 2.7.б).

Из векторной диаграммы видно, что напряжение, приложенное к реальной катушке, опережает по фазе ток на угол $\varphi < 90^\circ$ и может быть записано:

$$u = U_m \sin (\omega t + \varphi),$$

где φ - угол сдвига фаз между векторами тока и напряжения.

Воспользовавшись теоремой Пифагора (рис.2.7.с), можно определить напряжение

$$U_m = \sqrt{(U_{m r}^2 + U_{m L}^2)} = \sqrt{(I r)^2 + (I X_L)^2} = I \sqrt{(r^2 + X_L^2)},$$

откуда

$$I_m = U_m / \sqrt{(r^2 + X_L^2)}$$

Выражение является математическим выражением закона Ома для цепи переменного тока с реальной катушкой индуктивности. Знаменатель этого выражения – полное сопротивление Z_L рассматриваемой цепи. Таким образом, сопротивление цепи переменного тока с реальной катушкой индуктивности определяется по формуле:

$$Z_L = \sqrt{(r^2 + X_L^2)}.$$

Тогда закон Ома в общем виде записывается выражением

$$I = U / Z_L.$$

Треугольник, все стороны которого изображены векторами напряжений, называется *треугольником напряжений* (см. рис.2.7.б). Связь между напряжениями в данной цепи можно рассматривать как соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника, т.е.

$$U_m = \sqrt{(U_{m_r}^2 + U_{mL}^2)}; U_{m_r} = U_m \sin \varphi; U_{mL} = U_m \cos \varphi.$$

Если все стороны треугольника напряжений разделить на величину тока в цепи (т.к. ток, протекающий в последовательно соединенных элементов один и тот же), то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают сопротивления цепи, т.е. получим треугольник сопротивлений (рис.2.7.с). Сопротивления не являются векторными величинами. Из треугольника сопротивлений можно определить:

$$Z_L = \sqrt{(r^2 + X_L^2)}; r = Z \cos \varphi; X_L = Z \sin \varphi;$$

$$\cos \varphi = r / Z_L; \sin \varphi = X_L / Z_L; \operatorname{tg} \varphi = X_L / r.$$

Обычно тригонометрические функции угла φ определяются из треугольника сопротивлений.

Если все стороны треугольника напряжений умножить на величину квадрата тока цепи, то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают мощности цепи, т.е. получим треугольник мощностей.

Произведение напряжения на ток характеризует полную или кажущуюся мощность, измеряемую в Вольт-Амперах (ВА): $S = U I$.

Если записать протекающий в этой цепи синусоидальный ток и приложенное синусоидальное напряжение в виде комплексных чисел с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения:

$$\underline{I} = I_m e^{j(\omega t + \psi)}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L = \underline{I} r + \underline{I}(+j X_L) = \underline{I}(r + j X_L) = \underline{I} Z_{\text{полн.}}$$

где $Z_{\text{полн.}} = (r + j X_L) = \sqrt{(r^2 + X_L^2)} e^{j\psi}$, - есть комплексное сопротивление реальной катушки индуктивности

в соответственно алгебраической и показательной формах, при этом $\psi = \text{actg}(X_L / r)$.

Тогда закон Ома в комплексной форме для цепи с реальной катушкой индуктивности будет определяться из выражения

$$\underline{I} = \underline{U} / (r + j X_L) = \underline{U} / Z_{\text{полн.}}, \text{ А}$$

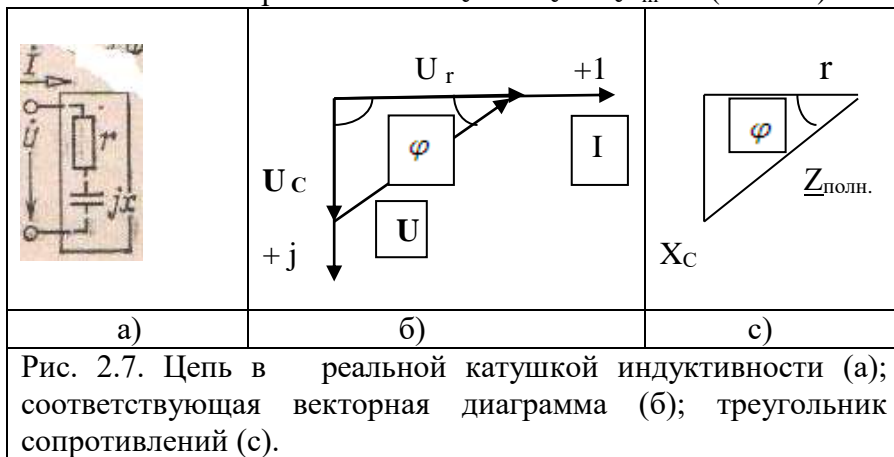
2.3.6. Цепь с активным сопротивлением и конденсатором.

Цепь переменного тока с реальным конденсатором, т.е. сконденсатором, обладающей активным сопротивлением r и емкостью C , можно рассматривать как неразветвленную цепь с последовательно включенными активным r и реактивным емкостным X_C сопротивлениями (рис.2.8.а).

Если в цепи с последовательно включенными активным сопротивлением r и емкостью C протекает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает падение напряжения на

активном сопротивлении $u_r = i r = r I_m \sin \omega t$

емкостном сопротивлении $U_c = i X_c = X_c I_m \sin (\omega t - 90^\circ)$.



Напряжение, приложенное к цепи, и ток, протекающий в ней, изменяется также по синусоидальному закону и отстает по фазе от тока на угол $\varphi < 90^0$, т.е.

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi).$$

Действующее значение напряжения, приложенного к этой цепи, определяется из векторной диаграммы (рис. 2.8.б) и, согласно теореме Пифагора, равно

$$U = \sqrt{(U_r^2 + U_C^2)} = \sqrt{((I r)^2 + (I X_C)^2)} = I \sqrt{(r^2 + X_C^2)}.$$

Откуда математическое выражение закона Ома для электрической цепи с реальной емкостью представляет собой выражение:

$$I = U / \sqrt{(r^2 + X_C^2)}$$

Вновь рассмотрим *треугольник напряжений*. Связь между напряжениями в данной цепи можно рассматривать как соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника, т.е.

$$U = \sqrt{(U_r^2 + U_C^2)}; \quad U_r = U \sin \varphi; \quad U_C = U \cos \varphi \text{ и др.}$$

Если все стороны треугольника напряжений разделить на величину тока в цепи (т.к. ток, протекающий в последовательно соединенных элементов один и тот же), то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают сопротивления цепи, т.е. получим треугольник сопротивлений (рис. 4.11.б). Сопротивления не являются векторными величинами. Из треугольника сопротивлений можно определить:

$$Z_C = \sqrt{(r^2 + X_C^2)}; \quad r = Z \cos \varphi; \quad X_C = Z \sin \varphi; \quad \cos \varphi = r / Z; \quad \sin \varphi = X_C / Z; \quad \operatorname{tg} \varphi = X_C / r.$$

Обычно тригонометрические функции угла φ определяются из треугольника сопротивлений.

Если все стороны треугольника напряжений умножить на величину квадрата тока цепи, то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе

изображают мощности цепи, т.е. получим треугольник мощностей.

Произведение напряжения на ток характеризует полную или кажущуюся мощность, измеряемую в Вольт-Амперах (ВА): $S = U I$.

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и протекающий в этой цепи синусоидальный ток в виде комплексных чисел с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения:

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + \psi)}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_C = \underline{I} r + \underline{I}(-j X_C) = \underline{I}(r - j X_C) = \underline{I} Z_{\text{полн.}},$$

где $Z_{\text{полн.}} = (r - j X_C) = \sqrt{(r^2 + X_C^2)} e^{-j\psi}$, - есть комплексное сопротивление реального конденсатора в соответственно алгебраической и показательной формах,

при этом $\psi = \text{actg}(X_C / r)$.

Тогда закон Ома в комплексной форме для цепи с реальным конденсатором будет определяться из выражения

$\underline{I} = \underline{U} / (r - j X_C) = \underline{U} / Z_{\text{полн.}}, \text{ A}$

Если проанализировать простейшие электрические цепи (см. разделы 2.3.2 ...2.3.6), т.е. цепи содержащие идеальные и реальные элементы R, L или C, с помощью теории комплексных чисел, то расчет электрических схем переменного тока с помощью комплексных чисел, содержащих

- идеальные элементы R, L и C, основывается на данных таблицы 2.1;

- реальные элементы R, L и C, основывается на данных таблицы 2.2.

Таблица 2.1.

Анализ простейших электрических цепей переменного тока, содержащих идеальные элементы R (Ом), L (Гн) и C(Ф).

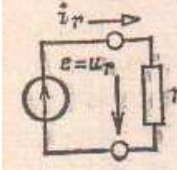
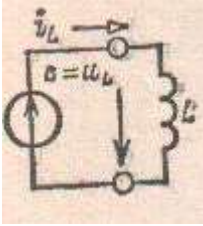
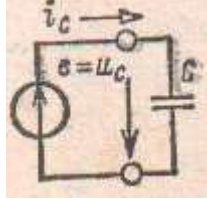
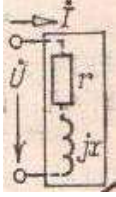
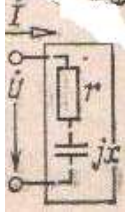
параметры электрической цепи		Простейшие схемы замещения		
				
Сопротивление, Ом	абсолютное значение	R	$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$
	Алгебраическая форма	R	$+jX_L = +j2\pi \cdot f \cdot L$	$-jX_C = -j \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$
Сопротивление в виде комплексного числа, Ом	Показательная форма	R	$X_L \cdot e^{+j90^\circ}$	$X_C \cdot e^{-j90^\circ}$
	Активная Вт	$P = R \cdot I^2$		
Мощность	Реактивная, Вар		$Q_L = +jX_L \cdot I^2$	$Q_C = -jX_C \cdot I^2$

Таблица 2.2.

Анализ простейших электрических цепей переменного тока, содержащих реальные элементы R, L и C.

<p>параметры электрической цепи</p>		<p>Электрических цепей переменного тока, содержащих реальные элементы R (Ом), L (Гн) и C(Ф).</p>		
				
<p>Сопротивление в виде комплексного числа,</p>		<p>Алгебраическая форма</p>	$R + jX_L$	$R - jX_C$
		<p>Показательная форма</p>	$\sqrt{(R^2 + X_L^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{X_L}{R}}$	$\sqrt{(R^2 + X_C^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{X_C}{R}}$
<p>Мощность</p>		<p>Активная, Вт</p>	$P = R \cdot I^2$	$P = R \cdot I^2$
		<p>Реактивная, Вар</p>	$Q_L = +jX_L \cdot I^2$	$Q_C = -jX_C \cdot I^2$
		<p>Полная, ВА</p>	$S = P + jQ_L = \sqrt{(P^2 + Q_L^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{Q_L}{P}}$	$S = P - jQ_C = \sqrt{(P^2 + Q_C^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q_C}{P}}$

2.3.7. Неразветвленная цепь с последовательным соединением R, L и C.

Примером такой неразветвленной цепи может быть цепь, схема замещения которой представлена на рис. 2.9. при условии установки в ней *размыкающего* коммутирующего устройства (ключа) в ветвь, содержащую элементы R_3 и C_3 .

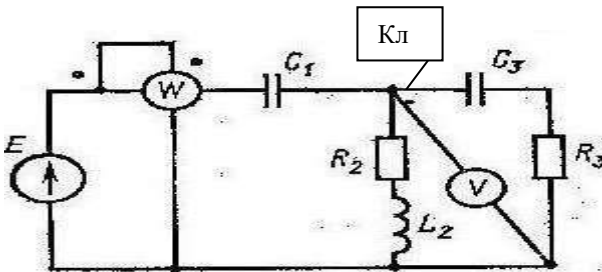


Рис. 2.9. Пример цепи с последовательным соединением элементов R, L и C.

Если в неразветвленной электрической цепи с R, L и C протекает общий синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает падения напряжения на всех участках цепи:

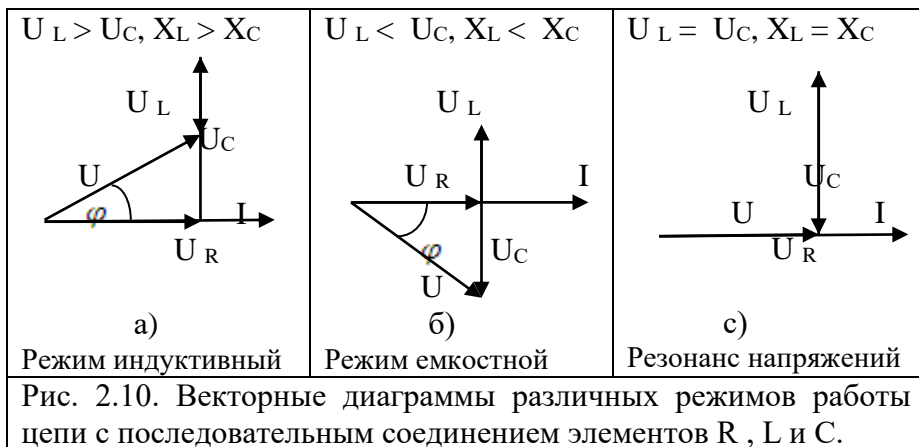
$$u_R = i R_2 = R I_m \sin \omega t,$$

$$u_L = i X_{L2} I_m \sin (\omega t + 90^\circ),$$

$$u_C = i X_{C1} = X_{C1} I_m \sin (\omega t - 90^\circ).$$

Мгновенное значение напряжения цепи определяется выражением $u = U_m \sin (\omega t \pm \varphi)$.

Так как в рассматриваемой цепи включены два реактивных сопротивления X_L , X_C то возможны три варианта соотношения значений омических сопротивлений реактивных с элементов: $X_L < X_C$; $X_L > X_C$; $X_L = X_C$. Векторные диаграммы цепи для этих режимов и условия, при которых эти режимы проявляются, представлена на рис. 2.10 а,б,с.



Из векторных диаграмм видно, что знак перед углом сдвига фаз φ зависит от режима или характера электрической цепи.

Если в рассматриваемой электрической цепи преобладает индуктивное напряжение, т.е. $U_L > U_C$, то цепь имеет индуктивный характер и напряжение U опережает по фазе ток и угол сдвига фаз между векторами напряжения и тока φ положительный (знак +).

Если в цепи преобладает емкостное напряжение (сопротивление), т.е. $U_L < U_C$, то цепь имеет емкостной характер и вектор напряжения отстает по фазе от вектора тока на угол φ положительный (знак +). Из векторной диаграммы следует, что

$$U = \sqrt{(U_R^2 + U_P^2)} = \sqrt{(U_R^2 + (U_L - U_C)^2)} = \sqrt{((I R)^2 + (I X_L - I X_C)^2)} = I \sqrt{(R^2 + (X_L - X_C)^2)}.$$

Сопротивление R может включать в себя сопротивление самостоятельного резистора, а также активное сопротивление реальной катушки индуктивности и емкости.

Математическое выражение закона Ома для неразветвленной электрической цепи с R , L и C представлено выражением

$$I = U / \sqrt{(R^2 + (X_L - X_C)^2)} = U / Z$$

где Z – полное сопротивление неразветвленной цепи с R , L и C , т.е.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Знак и значение угла φ можно определить из треугольника сопротивлений, т.е.

$$\operatorname{tg} \varphi = ((X_L - X_C) / R) \quad \text{или} \quad \sin \varphi = (X_L - X_C) / Z.$$

Из этих выражений видно, что, если

$X_L > X_C$, то угол φ положителен, т.е. вектор напряжения опережает вектор тока (режим активно-индуктивный);

$X_L < X_C$, то угол φ отрицателен, т.е. вектор напряжения отстает от вектора тока (режим активно-емкостной);

$X_L = X_C$, то угол φ равен нулю, т.е. вектор напряжения совпадает с вектором тока (режим активный или режим резонанса напряжений).

Режим резонанса напряжений очень интересен, тем что при этом режиме работы потери, возникающие за счет наличия реактивных элементов снижаются до минимума.

Следует понимать, что суть, условие и результат резонанса напряжений состоит в следующих заключениях:

суть- компенсируются падения напряжений на реактивных элементах, т.е. $U_L = U_C$;

условие – равенство реактивных сопротивлений этих элементов, т.е. $X_L = X_C$;

результат- резистивный (или активный режим работы) и минимизация реактивных потерь.

2.3.8. Разветвленная цепь со смешанным соединением R, L и C.

Примером такой разветвленной цепи может быть цепь, схема замещения которой представлена на рис. 2.11. при условии установки в ней коммутирующего устройства (ключа) в ветвь, содержащую элементы R_3 и C_3 .

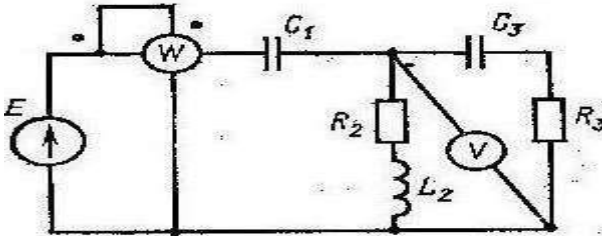


Рис. 2.11. Пример цепи со смешанным соединением элементов R, L и C.

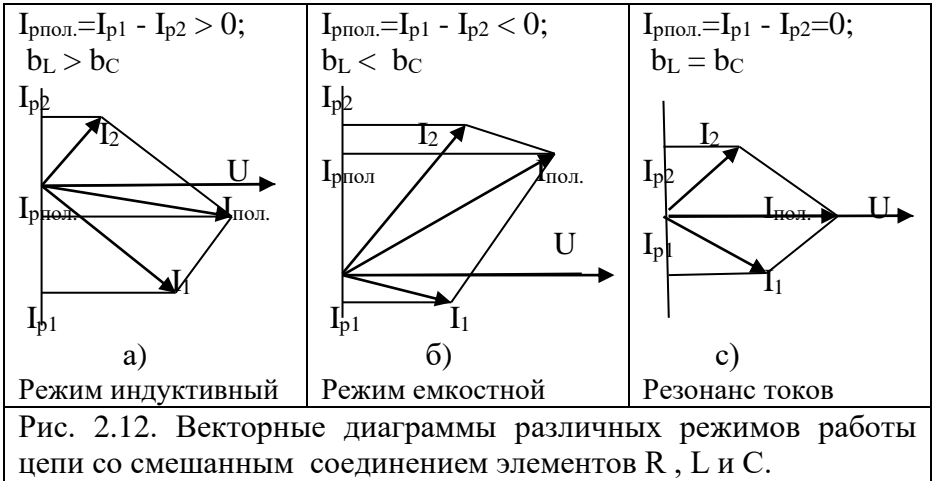
Такая цепь характеризуется тем, что в ветвях протекают разные по характеру и величине токи:

$I_{\text{полн.}}$ – ток в общей ветви, содержащей C_1 ;

I_1 – ток в ветви, содержащей R_2 и L_2 ;

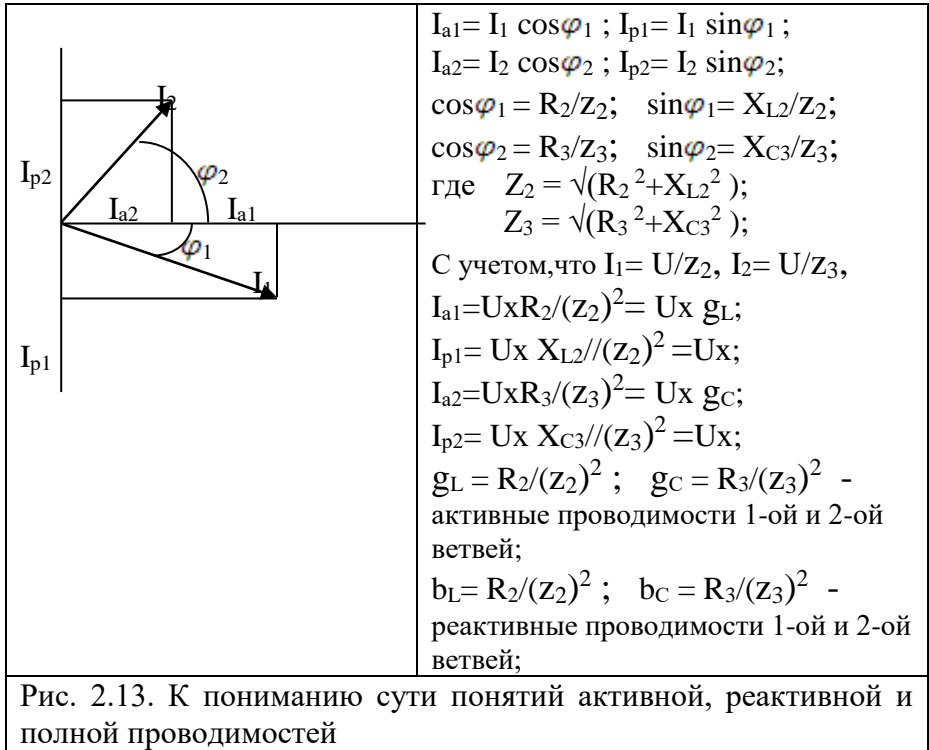
I_2 – ток в ветви, содержащей R_3 и C_3 .

Согласно 1-ому закону Кирхгофа $I_{\text{полн.}} = I_1 + I_2$, т.е. комплекс полного тока равен сумме комплексных токов в первой и второй ветвях. Если представить реализацию 1-ого закона Кирхгофа в векторном представлении на плоскости комплексных чисел, то получим следующие векторные диаграммы, представленные на рис. 2.12.



Для понимания сути и условия режима резонанса токов необходимо рассмотреть такие понятия как активная, реактивная и полная проводимости.

Для этого, разложим вектор тока, например, I_2 на две составляющие, являющимися проекциями этого вектора на оси координатной системы (см. рис. 2.13) и получим формулы для определения величины проекций векторов на ось вещественных чисел и мнимых чисел, т.е значения активных и реактивных составляющих токов в ветвях, содержащих различные по характеру реактивные элементы.



Отсюда вытекает, что равенство реактивных составляющих токов ветвей является равенство реактивных проводимостей этих ветвей, т.е. $b_L = b_C$. Таким образом,

Тогда, следует понимать, что суть, условие и результат резонанса токов состоит в следующих заключениях:

суть- компенсируются **реактивные** составляющие токов в ветвях, содержащих различные по характеру реактивные элементы, т.е. $I_{pL} = I_{pC}$;

условие – равенство реактивных проводимостей этих элементов, т.е. $b_L = b_C$;

результат- резистивный (или активный режим работы) и минимизация реактивных потерь.

2.3.9. Коэффициент мощности.

Если построить треугольник мощностей, то можно понять, что в цепи с R , L и C кроме активной мощности $P = S \cos \varphi$ имеется реактивная мощность $Q = S \sin \varphi$. Кроме того, в цепи происходит колебание мощности между электрическим полем конденсатора C и магнитным полем катушки индуктивности L , так как мощности Q_C и Q_L изменяются в противофазе.

Тогда из треугольника мощностей можно получить, что именно результирующая реактивная мощность $Q = (Q_L - Q_C)$ загружает источник и провода.

Полная мощность электрической цепи равна
$$S = Z = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = UI.$$

Мощность источника $S_{ист}$, мощность потребителя $P_{потр}$ и коэффициент мощности $\cos \varphi$ связаны следующим соотношением:

$$S_{ист} = P_{потр} / \cos \varphi_{потр}.$$

Из этого выражения следует, что чем меньше $\cos \varphi_{потр}$, тем большей мощностью S должен быть источник для питания этого потребителя, т.е. тем больше его габариты, вес, расход металлов и стоимость.

Ток в цепи потребителя с определенным $\cos \varphi_{потр}$ определяется по формуле $I = P_{потр} / U \cos \varphi_{потр}$,

Из чего следует, что чем меньше $\cos \varphi_{потр}$, тем больше ток потребителя, тем больший ток проходит по проводам линии электропередачи, тем больше потери энергии в этой линии и меньше КПД ее и всей системы электроснабжения. Кроме того, увеличение тока требует для его передачи проводов большего сечения. Таким образом, низкий коэффициент мощности потребителя $\cos \varphi_{потр}$ приводит к

- увеличению мощности источника;
- уменьшению КПД линии электропередач;
- увеличению сечения проводов и кабелей линии электропередачи.

2.3.10.Задание 2

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Для электрической цепи со смешанным соединением элементов R (Ом), L ($mH=10^{-3}$ Гн) и C ($\mu F=10^{-6}$ Ф) и для цепи с последовательным соединением тех же элементов, схема замещения которой изображена на рис. 2.1 – 2.28, по заданным в табл. 2.3. параметрам и ЭДС источника провести расчет в нагрузочном режиме.

Для выполнения задания определить:

- токи во всех ветвях цепи и падения напряжения на отдельных участках;
- определить активную, реактивную и полную мощности электрической цепи и составить баланс мощностей;
- построить в масштабе на плоскости комплексных чисел векторную диаграмму;
- определить показания вольтметра и активную мощность, измеряемую ваттметром.
- провести полный расчет электрической цепи в режиме резонанса токов и определить значение конденсатора $C(\mu F)$ в режиме резонанса;
- установить в соответствующей ветви исходной схемы размыкающий ключ K таким образом, чтобы электрическая цепь превратилась в цепь с последовательным соединением элементов; провести полный расчет преобразованной цепи в режиме резонанса напряжений и определить значение конденсатора $C(\mu F)$ в режиме резонанса.

Номер варианта задания соответствует порядковому номеру студента в списочном составе группы.

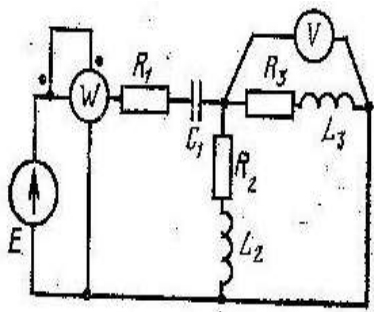


Рис. 2.1

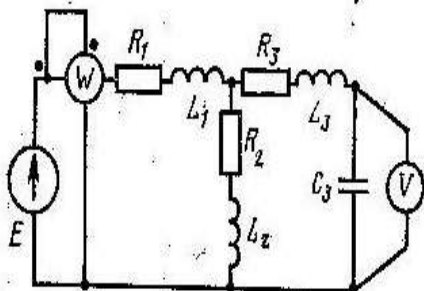


Рис. 2.2

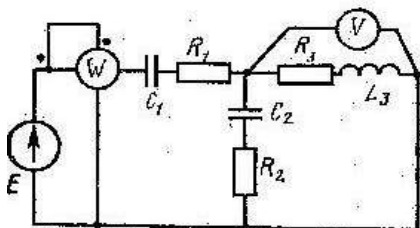


Рис. 2.3

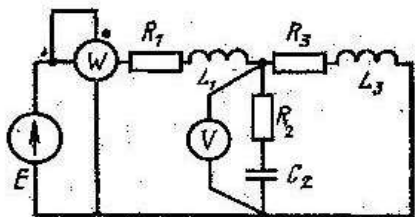


Рис. 2.4

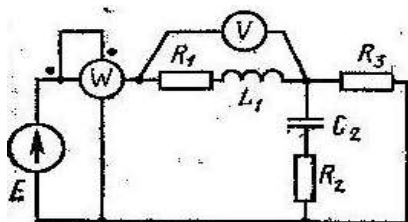


Рис. 2.5

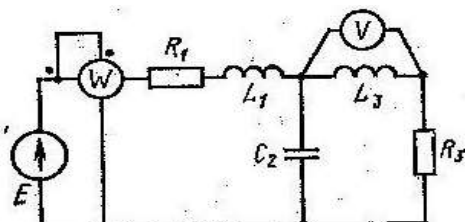


Рис. 2.6

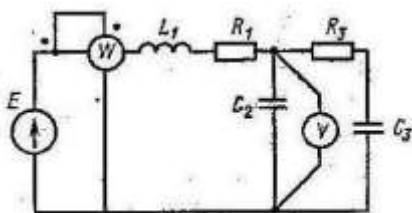


Рис. 2.7

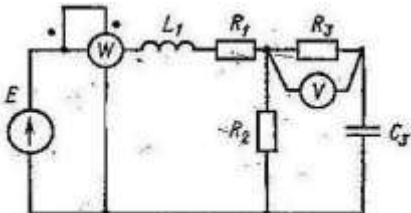


Рис. 2.8

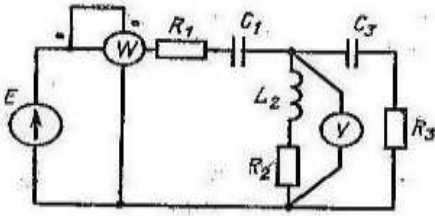


Рис. 2.9

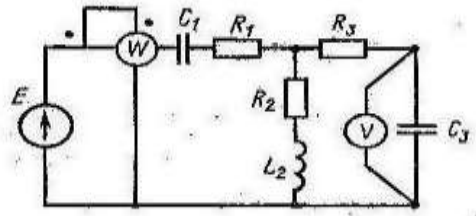


Рис. 2.10

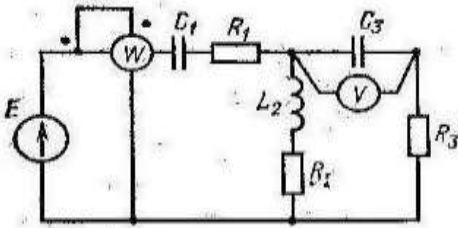


Рис. 2.11

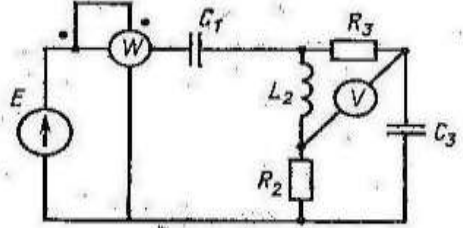


Рис. 2.12

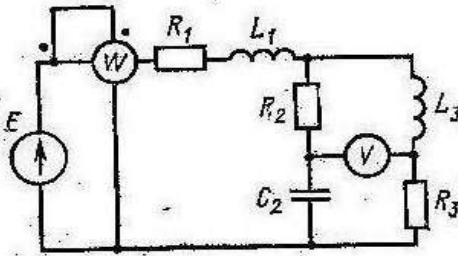


Рис. 2.13

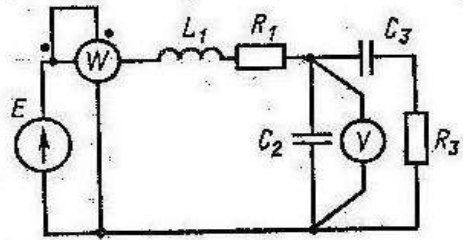


Рис. 2.14

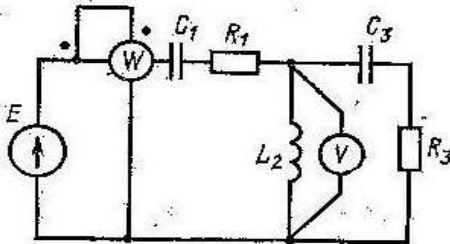


Рис. 2.15

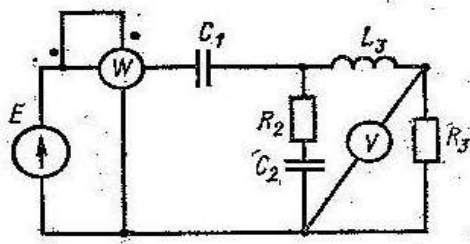


Рис. 2.16

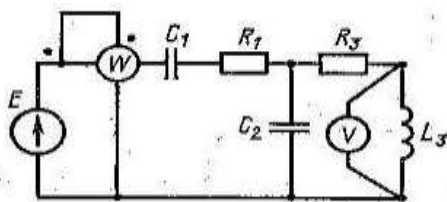


Рис. 2.17

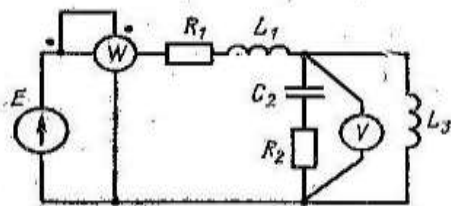


Рис. 2.18

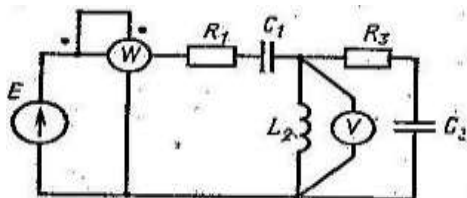


Рис. 2.19

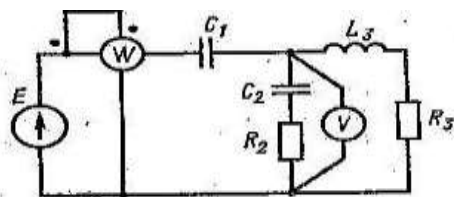


Рис. 2.20

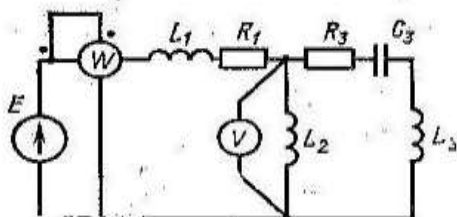


Рис. 2.21

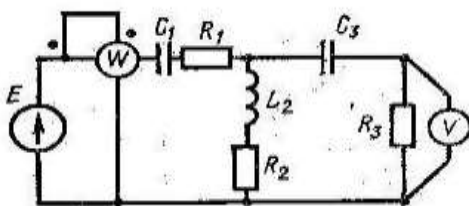


Рис. 2.22

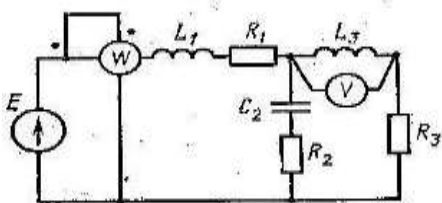


Рис. 2.23

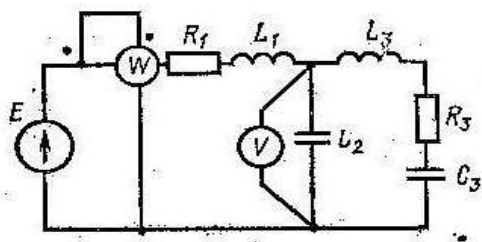


Рис. 2.24

Таблица 2.3

Вариант	Цепь (см. рисунок)	Значения параметров										Для резонанса напряжения	Для резонанса токов	
												Дополнительно установить во 2-ой		
		Е, В	С ₁ , мкф	С ₂ , мкф	С ₃ , мкф	Л ₁ , мГн	Л ₂ , мГн	Л ₃ , мГн	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	Размыкающий ключ	Ветвь	Элемент
1	2-1	150	637		-	-	15,9	31,8	2	3	4	Ветвь 2	2	С ₂
2	2-2	100	-	-	100	15,9	9	15,9	8	3	4	Ветвь 2	3	С ₃
3	2-3	120	637	200	-	-		31,8	8	3	4	Ветвь 2	-	-
4	2-4	200	-	300	-	15,9	-	15,9	8	3	4	Ветвь 3	-	-
5	2-5	200	-	159	-	115	-		10	4	5	Ветвь 3	3	Л ₃ =9 мГн
6	2-6	50		159	-	31,8	-	115	10		10	Ветвь 3	-	-
7	2-7	120	-	300	300	31,8	-	-	5	-	8	Ветвь 3	3	Л ₃ =60мГн
8	2-8	200	-	-	100	31,8	-	-	5	10	8	Ветвь 2	2	Л ₂ =60мГн
9	2-9	220	637	-	200	-	31,8	-	5	10	8	Ветвь 2		
10	2-10	150	100	-	200	-	15,9	-	10	2	10	Ветвь 3		
11	2-11	120	100	-	200	-	15,9	-	10	8	10	Ветвь 3		
12	2-12	200	637	-	200	-	31,8	--	-	2	2	Ветвь 3		
13	2-13	50	-	159	-	31,8	-	95	15	10	10	Ветвь 3		
14	2-14	100	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10	Ветвь 3	3	Л ₃ =31,8мГн
15	2-15	200	637		200	-	31,8		15		20	Ветвь 3		
16	2-16	220	637	159	-	-	-	9,5	-	3	6	Ветвь 2		
17	2-17	100	637	159		-	-	95	6	-	20	Ветвь 2		
18	2-18	100	-	159	-	25	-	95	6	4	-	Ветвь 3		
19	2-19	220	637	-	637	-	9	-	6	-	20	Ветвь 3		

Продолжение таблица 2.3

Вариант	Цепь (см. рисунок)	Значения параметров										Для резонанса напряжения	Для резонанса токов	
												Дополнительно установить во 2-ой		
		Е, В	С ₁ , мкф	С ₂ , мкф	С ₃ , мкф	Л ₁ , мГн	Л ₂ , мГн	Л ₃ , мГн	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	Размыкающий ключ	Ветвь	Элемент
20	2-20	50	318	637	-	-	-	31,8	-	10	10	Ветвь 3		
21	2-21	120	-	-	300	20	80	31,8	40	-	10	Ветвь 2		
22	2-22	200	318	-	300	-	15,9	31,8	10	8	2	Ветвь 3		
23	2-23	50	-	318	-	19,5	-	31,8	8	10	4	Ветвь 3		
24	2-24	200	-	637	200	31,8	-	95	8	-	4	Ветвь 3		
25	2-1	250	318		-	-	25	15,9	2	3	4	Ветвь 3	3	С ₃
26	2-5	200	-	159	-	115	-		10	4	5	Ветвь 3	3	Л ₃ =31,8мГн
27	2-7	120	-	300	300	31,8	-	-	5	-	8	Ветвь 2	2	Л ₂ =60мГн
28	2-14	100	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10	Ветвь 2	2	Л ₂ =31,8мГн
29	2-20	50	637	318	-	-	-	31,8	-	6	4	Ветвь 3		
30	2-15	200	318		100	-	31,8		5		8	Ветвь 3		

2.3.11. Пример решения задания 2.

В качестве примера для решения проведем расчет электрической цепи, схема замещения которой представлена на рис. 2-29.

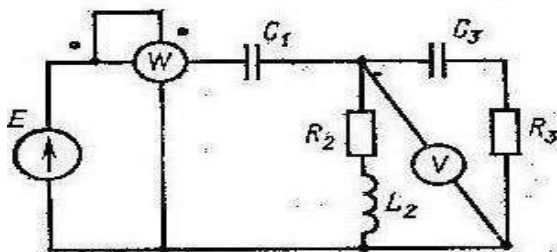


Рис.2-29. Схема замещения электрической цепи однофазного переменного тока.

Дано: $E = 110 \text{ В}$; $R_1 = 0 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$;
 $C_1 = 1482 \text{ мкф}$; $C_2 = 0 \text{ мкф}$; $C_3 = 398 \text{ мкф}$;
 $L_1 = 0 \text{ мГн}$; $L_2 = 63,7 \text{ мГн}$; $L_3 = 0 \text{ мГн}$.

Расчет электрической цепи проводим символическим методом вращающихся векторов на плоскости комплексных чисел.

Решение.

1. Расчет электрической цепи со смешанным соединением элементов R, L, C в нагрузочном режиме

1.1. Определяем реактивные сопротивления элементов: катушки индуктивности L_2 и конденсаторов C_1 и C_2 .

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_3} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом}.$$

1.2. Определяем комплексные сопротивления ветвей цепи

в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 5 + j20 = \sqrt{(R_2^2 + X_{L2}^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{X_{L2}}{R_2}} = \sqrt{(5^2 + 20^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{20}{5}} = 20,6 \cdot e^{+j77^0} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 6 - j8 = \sqrt{(R_3^2 + X_{C3}^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{X_{C3}}{R_3}} = \sqrt{(6^2 + 8^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{8}{6}} = 10 \cdot e^{-j53^0} \text{ Ом}.$$

1.3. Определяем комплексное сопротивление параллельно соединенных ветвей, содержащих \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 , и комплекс полного сопротивления цепи в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_{2,3} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{20,6 \cdot e^{+j77^0}}{5 + j20 + 6 - j8} \cdot 10e^{-j53^0} = \frac{202,6e^{+j24^0}}{11 + j12} = \frac{206e^{+j24^0}}{16,25e^{+j46^0}} = 12,68e^{-j22^0} =$$

$$12,68 \cdot \cos(-22^0) + j12,68 \cdot \sin(-22^0) = 11,76 - j4,75 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{\text{полн}} = +(-jX_{C1}) + \underline{Z}_{2,3} = -j2 + 11,76 - j4,75 = 11,76 - j6,75 = \sqrt{(11,76^2 + 6,75^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{6,75}{11,76}} = 13,55 \cdot e^{-j30^0} \text{ Ом}.$$

1.4 Определяем токи в ветвях:

$$\underline{I}_{\text{полн}} = \frac{E}{\underline{Z}_{\text{полн}}} = \frac{110}{13,55e^{-j30^0}} = 8,11 \cdot e^{+j30^0} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}_{2,3} \underline{I}_{\text{полн}} = 12,68e^{-j22^0} \cdot 8,11 \cdot e^{+j30^0} = 102,83 \cdot e^{+j8^0} \text{ В}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{102,83e^{+j8^0}}{20,6e^{+j77^0}} = 5,0 \cdot e^{-j69^0} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{102,83e^{+j8^0}}{10e^{-j53^0}} = 10,28 \cdot e^{+j61^0} \text{ A}.$$

1.5. Определяем падения напряжения на всех элементах схемы замещения:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{\text{полн}} = 2 \cdot e^{-j90^0} \cdot 8,11 \cdot e^{+j30^0} = 16,22 \cdot e^{-j30^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_2 = 5 \cdot 5 \cdot e^{-j69^0} = 25 \cdot e^{-j69^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^0} \cdot 5 \cdot e^{-j69^0} = 100 \cdot e^{+j31^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R3} = R_3 \underline{I}_3 = 6 \cdot 10,28 \cdot e^{+j61^0} = 61,68 \cdot e^{+j61^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C3} = (-jX_{C3}) \underline{I}_3 = 8 \cdot e^{-j90^0} \cdot 10,28 \cdot e^{+j61^0} = 82,24 \cdot e^{-j29^0} \text{ В}.$$

1.6. Определяем активную, реактивную и полную мощность. Составляем баланс мощностей.

Активная мощность равна $P = R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 125 + 634,07 = 759,07$ Вт;

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} - Q_{C3} = X_{L2} \cdot I_2^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C3} \cdot I_3^2 = -500 - 135,8 - 845,4 = -481,2 \text{ Вар};$$

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}}$$

$$S_{\text{полн}} = 759,07 - j481,2 = \sqrt{(759,07^2 + 481,2^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{481,2}{759,07}} = 892,87 \cdot e^{-j31^0} \text{ ВА};$$

$$S_{\text{ист}} = E \cdot I_{\text{полн}}^* = 110 \cdot 8,11 \cdot e^{-j30^\circ} = 893 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ ВА}$$

Так как $S_{\text{полн}} = S_{\text{ист}}$ ($892,87 \approx 893$), то баланс соблюдается с точностью 0,01 %.

1.7. Построение векторной диаграммы на плоскости комплексных чисел:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контуров :

$$\text{контур 1 } \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

$$\text{контур 2 } \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{C3} + \vec{U}_{R3}$$

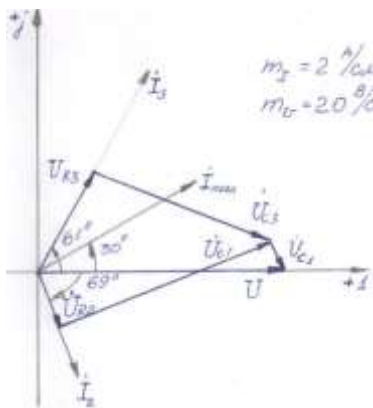


Рис. 2-30. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи со смещенным соединением элементов R,L,C в нагружном режиме.

2. Расчет электрической цепи со смешанным соединением элементов R,L,C в режиме резонанса токов.

2.1. Записываем условие резонанса токов для рассматриваемой схемы:

$$\frac{X_{L2}}{R_2^2 + X_{L2}^2} = \frac{X_{C3}}{R_3^2 + X_{C3}^2},$$

и определяем новое значение $X_{C3рез}$, при котором в электрической цепи будет наблюдаться явление резонанса

токов, при этом значение $X_{L2} = 20$ Ом, т.е. осталось прежним. Тогда из условия резонанса получаем уравнение:

$$\frac{20}{5^2 + 20^2} = \frac{X_{C3рез}}{6^2 + X_{C3рез}^2};$$

$$X_{C3рез}^2 - 21,25X_{C3рез} + 36 = 0$$

В результате расчета получаем два корня уравнения, т.е. первый корень равен $X_{C3рез} = 19,4$ Ом; второй корень равен $X_{C3рез} = 1,86$ Ом.

Выбираем большее значение $X_{C3рез} = 19,4$ Ом и проводим расчет по ранее рассмотренной методике.

2.2. Определяем комплексные сопротивления ветвей цепи в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 5 + j20 = \sqrt{(R_2^2 + X_{L2}^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{X_{L2}}{R_2}} =$$

$$\sqrt{(5^2 + 20^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{20}{5}} = 20,6 \cdot e^{+j77^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 6 - j19,4 = \sqrt{(R_3^2 + X_{C3рез}^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{X_{C3рез}}{R_3}} =$$

$$\sqrt{(6^2 + 109,4^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{19,4}{6}} = 20,3 \cdot e^{-j72^\circ} \text{ Ом}.$$

2.3. Определяем комплексное сопротивление параллельно соединенных ветвей, содержащих $\underline{Z}_2, \underline{Z}_3$, и комплекс полного сопротивления цепи в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_{2,3} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{20,6 \cdot e^{+j77^\circ}}{5 + j20 + 6 - j19,4} \cdot 20,3e^{-j72^\circ} = \frac{159,38e^{+j6^\circ}}{11 + j1,3} =$$

$$\frac{418,18e^{+j5^\circ}}{11,07e^{+j5^\circ}} = 37,8e^{-j0^\circ} = 37,8 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{\text{полн}} = +(-jX_{C1}) + \underline{Z}_{2,3} = +37,8 - j2 = \sqrt{(37,8^2 + 2^2)} \cdot e^{-j\arctan\frac{2}{37,8}} =$$

$$38 \cdot e^{-j2^\circ} \text{ Ом.}$$

2.4. Определяем токи в ветвях:

$$\underline{I}_{\text{полн}} = \frac{E}{\underline{Z}_{\text{полн}}} = \frac{110}{38e^{-j2^\circ}} = 2,9 \cdot e^{+j2^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{23} = \underline{Z}_{2,3} \underline{I}_{\text{полн}} = 37,8 \cdot 2,9 \cdot e^{+j2^\circ} = 109,6 \cdot e^{+j2^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{109,6e^{+j2^\circ}}{20,6e^{+j77^\circ}} = 5,3 \cdot e^{-j75^\circ} = 1,37 - j5,11 \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{109,6e^{+j2^\circ}}{20,3e^{-j72^\circ}} = 5,4 \cdot e^{+j74^\circ} = 1,66 + j5,13 \text{ А.}$$

2.5. Определяем падения напряжения на всех элементах схемы замещения:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{\text{полн}} = 2 \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 2,9 \cdot e^{+j2^\circ} = 5,8 \cdot e^{-j88^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_2 = 5 \cdot 5,3 \cdot e^{-j75^\circ} = 25,0 \cdot e^{-j75^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^\circ} \cdot 5,3 \cdot e^{-j75^\circ} = 106 \cdot e^{+j15^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R3} = R_3 \underline{I}_3 = 6 \cdot 5,4 \cdot e^{+j74^\circ} = 32,4 \cdot e^{+j74^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C3} = (-jX_{C3}) \underline{I}_3 = 19,4 \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 5,4 \cdot e^{+j74^\circ} = 104,8 \cdot e^{-j16^\circ} \text{ В.}$$

2.6. Определяем активную, реактивную и полную мощность. Составляем баланс мощностей.

Активная мощность равна:

$$P = R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 140,45 + 174,96 = 315,41 \text{ Вт};$$

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} - Q_{C3} = X_{L2} \cdot I_2^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C3} \cdot I_3^2 = 583,3 - 16,8 - 565,7 = -0,6 \text{ Вар};$$

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}} = 315,4 - j0,6 = \\ = \sqrt{(315,4^2 + 0,6^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{0,6}{583,3}} = 315,5 \cdot e^{-j29^0} \text{ ВА};$$

$$S_{\text{ист}} = E \cdot I^*_{\text{полн}} = 110 \cdot 2,9 \cdot e^{-j2^0} = 319 \cdot e^{-j2^0} \text{ Вар}$$

Так как $S_{\text{полн}} = S_{\text{ист}}$ ($315,5 \approx 319$), то баланс соблюдается с точностью 1,1 %.

2.7. 2.7. Построение векторной диаграммы на плоскости комплексных чисел:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контуров:

$$\text{контур 1 } \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

$$\text{контур 2 } \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{C3} + \vec{U}_{R3}$$

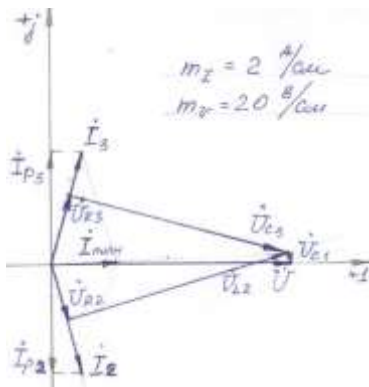


Рис. 2-31. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи со смешанным соединением элементов R,L,C в режиме резонанса токов.

3. Расчет цепи с последовательно соединенными элементами R, L C в нагрузочном режиме.

Чтобы провести расчет необходимо преобразовать схему замещения, т.е. в одну из ветвей включить размыкающий элемент. Для данной схемы замещения электрической цепи размыкающий элемент включим в ветвь, содержащую элементы R_3 и C_3 . Тогда цепь будет представлять последовательное соединение элементов C_1 , R_2 и L_2 .

Расчет проводим по следующей программе:

3.1. Определяем комплекс полного сопротивления полученной цепи

$$\begin{aligned} Z_{\text{полн}} &= +(-jX_{C1}) + R_2 + jX_{L2} = -j2 + 5 + j20 = 5 + +j18 = \\ &= \sqrt{(5^2 + 18^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{18}{5}} = 18,7 \cdot e^{+j75^0} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

2.8. Определяем значение тока, протекающего в цепи:

$$I_{\text{полн}} = \frac{E}{Z_{\text{полн}}} = \frac{110}{18,7 \cdot e^{+j75^0}} = 5,88 \cdot e^{-j75^0} \text{ А}$$

3.2. Определяем значения падений напряжений на всех элементах:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{\text{полн}} = 2 \cdot e^{-j90^0} \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 11,76 \cdot e^{-j165^0} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_{\text{полн}} = 5 \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 29,41 \cdot e^{-j75^0} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^0} \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 117,6 \cdot e^{+j15^0} \text{ В;}$$

3.3. Определяем активную, реактивную и полную мощность.

Составляем баланс мощностей.

$$\text{Активная мощность равна } P = R_2 \cdot I_{\text{полн}}^2 = 172,9 \text{ Вт;}$$

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} = X_{L2} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 = 691,5 - 69,15 = 622,35$$

Вар;

Комплекс полной мощности определяется выражением:

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}}$$

$$S_{\text{полн}} = 172,9 - j622,35 = \sqrt{(172,9^2 + 622,35^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{622,35}{172,9}} = 646,0 \cdot e^{-j75^0} \text{ ВА};$$

$$S_{\text{уст}} = E \cdot \underline{I}^*_{\text{полн}} = 110 \cdot 5,88 \cdot e^{-j29^0} = 646,8 \cdot e^{-j75^0} \text{ Вар}$$

Так как $S_{\text{полн}} = S_{\text{уст}}$ ($646,0 \approx 646,8$), баланс соблюдается с точностью 0,1 %.

3.4. Построение векторной диаграммы на плоскости комплексных чисел:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контуров:

$$\vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

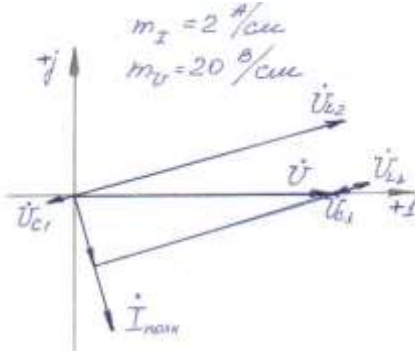


Рис. 2-32. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи с последовательно соединенными элементами R,L,C.

4. Расчет цепи с последовательно соединенными элементами R, L, C в режиме резонанса напряжения.

4.1. Записываем условие резонанса токов для рассматриваемой схемы:

$$X_{C3рез} = X_{L2},$$

и определяем новое значение $X_{C3рез}$, при котором в электрической цепи будет наблюдаться явление резонанса напряжения, при этом значение $X_{L2} = 20$ Ом, т.е. осталось прежним. Тогда из условия резонанса получаем $X_{C3рез} = 20$ Ом;

Проводим расчет схемы замещения электрической цепи с последовательно соединенными R, L, C по ранее рассмотренной методике, т.е. выполняем следующие действия:

4.2. Определяем комплексное сопротивление цепи в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_{полн} = -jX_{C1} + R_2 + jX_{L2} = -j20 + 5 + j20 = 5 \text{ Ом};$$

4.3. Определяем значение тока, протекающего в цепи:

$$I_{полн} = \frac{E}{Z_{полн}} = \frac{110}{5} = 22 \text{ А}$$

4.4. Определяем значения падений напряжений на всех элементах:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{полн} = 20 \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 22 = 440 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_{полн} = 5 \cdot 22 = 110 \cdot e^{-j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^\circ} \cdot 22 = 440 \cdot e^{+j90^\circ} \text{ В};$$

4.5. Определяем активную, реактивную и полную мощность. Составляем баланс мощностей.

Активная мощность равна $P = R_2 \cdot I_{\text{полн}}^2 = 2420$ Вт;

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} = X_{L2} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 = 9680 - 9680 = 0 \text{ Вар};$$

Комплекс полной мощности определяется выражением:

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}} = 2420 - j0 = 2420 \cdot e^{-j0^\circ} \text{ ВА};$$

$$S_{\text{уст}} = E \cdot I_{\text{полн}}^* = 110 \cdot 22 \cdot e^{-j0^\circ} = 2420 \cdot e^{-j0^\circ} \text{ Вар}$$

Так как $S_{\text{полн}} = S_{\text{уст}}$ баланс соблюдается с точностью 0 %.

4.6. Построение векторной диаграммы:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контура:

$$\vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

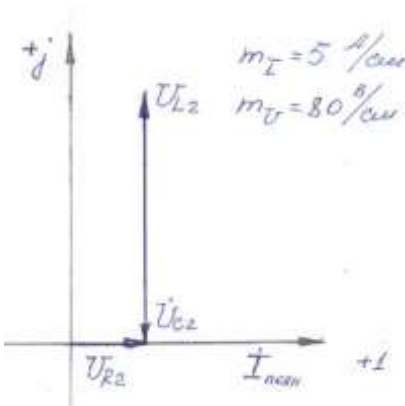


Рис. 2-33. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи с последовательно соединенными элементами R,L,C в режиме резонанса напряжений.

ТЕМА 3. Трехфазные электрические цепи

3.1. Основные понятия

Трехфазной называется электрическая цепь, в различных ветвях которой действуют три одинаковые по амплитуде синусоидальные ЭДС, имеющие одну частоту f , но сдвинутые относительно друг друга на угол 120^0 ($2\pi/3$).

Трехфазная цепь представляет собой частный случай многофазных цепей переменного тока.

Преимущества трехфазных цепей:

1. Экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями.
2. Возможность сравнительно простого получения вращающегося магнитного поля, необходимого для работы 3-х фазного асинхронного двигателя, который является самым распространенным двигателем переменного тока.
3. Возможность получения в одной установке 2-х эксплуатационных напряжений: фазного и линейного.

Как любая электрическая цепь 3-х фазная цепь состоит из 3-х основных элементов:

- 3-х фазного генератора, в котором механическая энергия преобразуется в электрическую;
- линии передачи со всеми необходимым оборудованием;
- приемников (потребителей), которые могут быть как 3-х фазными, так и однофазными.

3.2. Трехфазный генератор

Трехфазный генератор представляет собой синхронную машину, состоящую из двух основных конструктивных узлов: статора и ротора.

На статоре генератора размещается обмотка, состоящая из трех фаз, магнитные оси которых сдвинуты в пространстве относительно друг друга на угол 120^0 ($2\pi/3$).

Каждая фаза обмотки статора имеет начало и конец обмотки, при этом, начала обмоток (фаз) обозначены А, В, С, а концы обмоток соответственно X, Y, Z. ЭДС обмоток в неподвижных витках обмоток статора наводится в результате пересечения их магнитным полем вращающегося ротора. Это поле возбуждается обмоткой ротора, которая питается от источника питания постоянного тока. При вращении ротора с постоянной скоростью в обмотках (фазах) статора индуцируются периодически изменяющиеся синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, но отличающиеся друг от друга по фазе вследствие их пространственного смещения.

Если ЭДС какой-либо отдельной фазы 3-х фазной обмотки, например, фазы А, принять за исходную и считать ее начальную фазу равной 0^0 , то выражения для мгновенных значений ЭДС может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t ; & e_B &= E_m \sin (\omega t - 120^0) = E_m \sin (\omega t - 2\pi/3^0); \\ e_C &= E_m \sin (\omega t + 120^0) = E_m \sin (\omega t + 2\pi/3^0). \end{aligned}$$

Для комплексных значений ЭДС

$$\underline{E}_A = E_m e^{-j0}; \quad \underline{E}_B = E_m e^{-j2\pi/3}; \quad \underline{E}_C = E_m e^{+j2\pi/3}.$$

Векторная диаграмма 3-х фазной симметричной системы ЭДС показана на рис. 3.1.

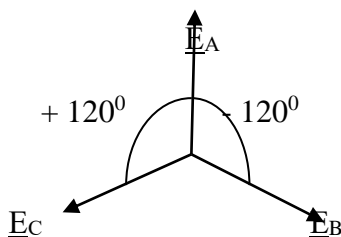


Рис. 3.1. Пространственное расположение векторов ЭДС в трех фазной симметричной цепи генератора напряжений.

Из этого следует, что геометрическая сумма векторов ЭДС всех фаз равна 0:

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0; \quad e_A + e_B + e_C = 0$$

Систему ЭДС, в которой ЭДС фазы В отстает от ЭДС фазы А, называют системой прямой последовательности фаз. Если изменить направление вращения ротора генератора, то последовательность фаз изменится и система последовательности фаз будет называться обратной. В дальнейшем будем рассматривать прямую последовательность фаз.

3.2.1. Способы соединения фазных обмоток статора 3-х фазного генератора.

К каждой обмотке трехфазного генератора может быть подключена нагрузка. Если обмотки генератора электрически не соединены, то трехфазная система называется несвязанной. Несвязанная трехфазная система практически не применяется вследствие ее неэкономичности, вызванной большим числом проводов, соединяющих источник питания и потребители.

Более совершенными и экономичными являются связанные цепи, в которых фазные обмотки источника

(генератора) или нагрузки (потребителя) соединены между собой двумя способами: звездой и треугольником.

На рис. 3.2 а,б на примере объединения потребителей представлен принцип получения таких связанных трехфазных систем.

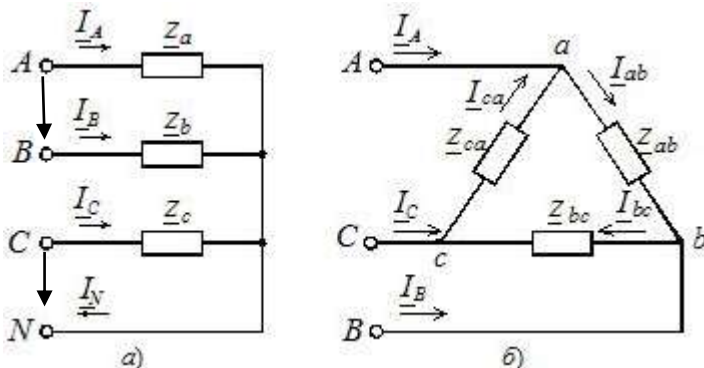


Рис. 3.2. Связанные трехфазные системы потребителей по типу «звезда» (а) и «треугольник» (б).

3.2.2. Соединение обмоток статора источника способом «звезда».

При соединении обмоток генератора звездой концы фазных обмоток (X,Y,Z) электрически соединяются в одну точку N или O, которая называется соответственно нейтральной или нулевой. При этом генератор с потребителем соединяется тремя (если в нейтральный провод установлен размыкающий ключ) или четырьмя проводами, (см.рис.3.2 а).

Провода, подключенные к началам обмоток генератора называются линейными и, в этом случае 3-х фазная цепь считается 3-проводной, а провод, подключенный к нейтральной или нулевой точке – нейтральным или нулевым и, в этом случае, 3-фазная цепь считается 4-х проводной.

В связанных трехфазных системах различают фазные и линейные напряжения и токи.

Фазным называется напряжение между началом и концом фазной обмотки или между нулевым и линейным

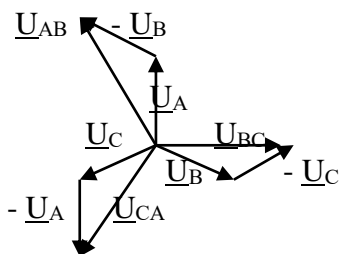
проводом потребителя. Обозначаются фазные напряжения для источника питания U_A, U_B, U_C (рис.3.2 а), а для потребителя соответственно U_a, U_b, U_c . Так как сопротивление обмоток генератора мало, то фазные напряжения практически не отличаются от ЭДС в обмотках генератора.

Линейным называется напряжение между началами обмоток генератора или между линейными проводами. Обозначаются линейные напряжения для генератора U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} (рис.3.2.а), а для потребителя соответственно $U_{ав}, U_{вс}, U_{са}$.

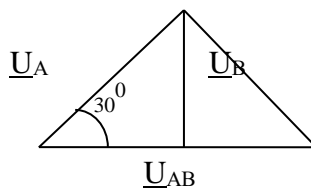
За условно положительное направление фазных напряжений принято направление от начала фазы к концу фазной обмотки, а линейных напряжений от начала одной фазы к началу другой. Тогда для контура ОАВО на основании 2-го закона Кирхгофа можно записать, что каждое линейное напряжение при соединении обмоток генератора звездой определяется геометрической разностью двух соответствующих фазных напряжений, т.е.

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

На основании этих уравнений построена векторная диаграмма напряжений для симметричного генератора, обмотки которого соединены звездой (рис.3.3.а).



а)



б)

Рис. 3.3. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений (а) и чертежом равнобедренного треугольника к пояснению вывода основного соотношения между линейным и фазными напряжениями при соединении обмоток «звездой».

Воспользовавшись этой диаграммой и чертежом равнобедренного треугольника, сторонами которого являются фазные напряжения, а основанием – линейное, можно доказать, что, вектор линейного напряжения опережает вектор фазного напряжения на угол 30^0 , а, следовательно, при симметричной системе ЭДС при соединении обмоток генератора звездой линейное напряжение больше фазного в $\sqrt{3}=1,73$ раза, т.е. $U_{л}=\sqrt{3} U_{ф}$.

3.2.3. Соединение обмоток источника способом «треугольник».

При соединении обмоток генератора треугольником (рис. 3.2.б) необходимо конец X обмотки фазы А соединить с началом обмотки фазы В, конец обмотки фазы В соединить с началом обмотки фазы С, конец обмотки фазы С соединить с началом обмотки фазы А и к точкам соединения подключить линейные провода. Таким образом, при соединении обмоток генератора способом треугольник система получается трехпроводной и соответственно $U_{л}= U_{ф}$. Три обмотки трехфазного генератора, соединенные треугольником, образуют замкнутый контур.

При симметричной системе ЭДС и правильном соединении обмоток генератора треугольником геометрическая сумма ЭДС равна нулю. Следовательно, ток в замкнутом контуре обмоток генератора при холостом ходе равен нулю. Кроме того, все линейные напряжения равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120^0 , то и напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного треугольником, равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120^0 , независимо от нагрузки.

На практике фазы обмоток генератора предпочитают соединять звездой прежде всего потому, что в случае отклонения ЭДС источника от синусоидальной формы вследствие наличия высших гармоник сумма мгновенных значений ЭДС не будет равна 0, и в обмотке источника,

соединенной по способу треугольник при отсутствии нагрузки возникнут токи, которые вызовут ее нагревание и уменьшат коэффициент полезного действия (КПД) генератора.

Обычно в системах электроснабжения напряжение на обмотках генератора достигают нескольких КВ, например, 20,24 КВ.

Поэтому, напряжения 380/220 В и 220/127 В получают на вторичных обмотках понижающих трансформаторах.

С учетом вышеизложенных доказательств основными соотношениями между линейными и фазными напряжениями, а также между линейными и фазными токами принятия разных способах объединения фазных обмоток:

-при соединении «звездой»

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{ф} ; \quad I_{л} = I_{ф}$$

- при соединении «треугольником»

$$U_{л} = U_{ф} ; \quad I_{л} = \sqrt{3} I_{ф} .$$

С учетом этих соотношений выражения для записи комплексов фазных напряжений представлены выражениями: фазные напряжения:

Тип соединения обмоток «звезда»	Тип соединения обмоток «треугольник»
$U_a = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j0^{\circ}}, \text{В};$	$U_{ab} = U_{л} \cdot e^{+j0^{\circ}}, \text{В};$
$U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j120^{\circ}}, \text{В};$	$U_{bc} = U_{л} \cdot e^{-j120^{\circ}}, \text{В};$
$U_c = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j120^{\circ}}, \text{В}.$	$U_{ac} = U_{л} \cdot e^{+j120^{\circ}}, \text{В}.$

Кроме того, трехфазная цепь, фазные обмотки которой соединены по типу «звезда», может быть как трехпроводной, так и четырехпроводной.

3.3. Соединение источник-потребитель по способу «звезда-звезда»

При условии, что предпочтительным способом соединения обмоток источника является способ «звезда», то есть смысл рассмотреть именно такой способ соединения генератора и потребителя.

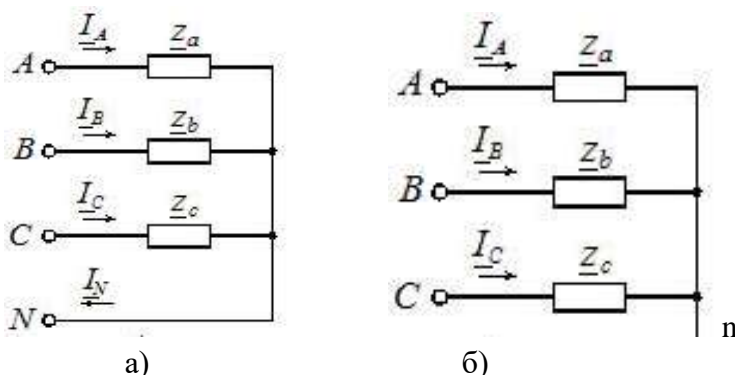


Рис. 3.4. Пример исполнения 3-х проводной а) и 4-х преоводной б) трехфазной системы соединения потребителей по типу «звезда».

При соединении обмоток генератора и потребителя звездой (рис.3.4.) трехфазная система представляет собой сложную цепь с двумя узловыми точками **N** и **n**. Напряжение между этими точками U_N называется **напряжением смещения нейтрали**. Соединение генератора звездой может осуществляться без нулевого провода (рис. 3.4.б)) или с нулевым проводом (рис. 3.4.а). Величина напряжения смещения нейтрали может быть определена методом узлового потенциала (в символической форме):

$$\underline{U}_N = (\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C) / (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_O),$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_O$ – комплексы проводимостей фаз и нулевого провода.

Напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного звездой (рис.3.4.б) определяются по формулам:

$$\underline{U}_{A'} = \underline{E}_A - \underline{U}_N ; \underline{U}_{B'} = \underline{E}_B - \underline{U}_N ; \underline{U}_{C'} = \underline{E}_C - \underline{U}_N.$$

Из векторной диаграммы, построенной с учетом предыдущих уравнений следует, что при наличии напряжения смещения нейтрали \underline{U}_N даже при симметричной системе ЭДС, напряжения на фазах потребителя $\underline{U}_{A'}$, $\underline{U}_{B'}$, $\underline{U}_{C'}$, будут одинаковыми, если отсутствует напряжение смещение нейтрали, т.е. $\underline{U}_N = 0$.

Таким образом, напряжение смещения нейтрали равно нулю при равномерной (симметричной) нагрузке фаз или при наличии нулевого провода.

Рассмотрим эти условия.

1. При равномерной нагрузке фаз сопротивления фаз $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$ одинаковы по величине, по характеру и имеют одинаковый угол сдвига фаз $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$, т.е. равны комплексы сопротивлений фаз
 $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ или $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}$

Тогда $\underline{U}_N = (\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C) / \underline{Y} = 0$, так как при симметричной системе ЭДС, сумма

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$$

2. При наличии нулевого (нейтрального) провода

$$\underline{Z}_O = 0, \text{ а } \underline{Y}_O = \infty.$$

$$\text{Тогда } \underline{U}_N = \sum \underline{E} \underline{Y} / (\sum \underline{Y} + \underline{Y}_O) = \sum \underline{E} \underline{Y} / (\sum \underline{Y} + \infty) = 0.$$

В обоих случаях \underline{U}_N равно нулю и напряжения на фазах потребителя одинаковые. Величина напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного звездой, при этом в $\sqrt{3}$ раза меньше линейного напряжения цепи.

Тогда, при подключении потребителей, соединенных по типу «звезда», ток в нулевом проводе (рис.3.4.а) определяется геометрической суммой токов в фазах,

$$\text{т.е. } \underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C,$$

при этом токи в фазах, согласно закона Ома, определяются по формулам:

$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}_A, \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z}_B, \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C.$$

Очевидно, при равномерной нагрузке фаз ($\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$) токи в фазах равны по величине и сдвинуты, как и напряжения, по фазе на угол 120° . Следовательно, их геометрическая сумма

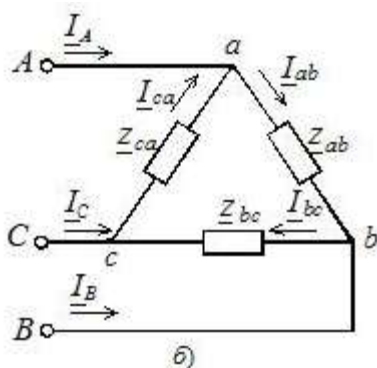
$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \text{ т.е.}$$

ток в нулевом проводе равен нулю, $\underline{I}_N = \mathbf{0}$. Таким образом, при равномерной нагрузке фаз нулевой провод не нужен.

При неравномерной нагрузке фаз отсутствие нулевого провода приводит к неодинаковым напряжениям на каждой фазе потребителя. Следовательно, нулевой провод служит для выравнивания напряжений на фазах потребителя, соединенного звездой при неравномерной нагрузке фаз. При соединении потребителей звездой фазные токи равны линейным, т.е. $\underline{I}_\Phi = \underline{I}_L$.

3.4. Соединение источник-потребитель по способу «звезда-треугольник»

При соединении потребителей способом «треугольник» к каждой фазе приложено линейное напряжение, т.е. $\underline{U}_\Phi = U_L$. Так как при симметричной системе ЭДС все линейные напряжения равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120° , то и напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного треугольником, равны по величине и сдвинуты по фазе на 120° , независимо от нагрузки.



Линейные токи обозначают прописными буквами с индексами фаз: I_A , I_B , I_C , а фазные токи: I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} . Согласно первого закона Кирхгофа, линейные токи можно определить выражениями:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}, \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}, \quad I_C = I_{CA} - I_{BC},$$

т.е. линейный ток при соединении потребителей треугольником определяется геометрической разностью двух фазных токов, сходящихся с линейным в одном узле.

Фазные токи потребителя, соединенного треугольником:

$$I_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}, \quad I_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}, \quad I_{CA} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{CA}.$$

При симметричной системе ЭДС генератора и равномерной нагрузке потребителя ($\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$) фазные токи равны по величине и сдвинуты друг относительно друга по фазе на угол 120° . Следовательно, при равномерной нагрузке фаз потребителя, соединенного треугольником, линейный ток в $\sqrt{3} = 1,73$ раза больше фазного тока, т.е. $\underline{I}_L = \sqrt{3} \underline{I}_\Phi$.

3.5. Мощность в трехфазной цепи.

При неравномерной нагрузке фаз активная и реактивная мощности трехфазного потребителя складываются из соответствующих мощностей в каждой фазе, т.е.

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C;$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C.$$

Полная или кажущаяся мощность трехфазного потребителя определяется по формуле:

$$S = \sqrt{(P^2 + Q^2)}$$

Если нагрузка фаз потребителя равномерна, то трехфазная мощность при соединении потребителя звездой или треугольником определяется выражениями:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \text{ (Вт);}$$

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi \text{ (Вар);}$$

$$S = \sqrt{3} U_L I_L \text{ (ВА).}$$

Тогда, связь между токами, напряжениями и мощностями при соединении потребителей в «треугольник» и «звезду» определяются следующим образом:

- при соединении потребителей в «треугольник»

$I_{Л \text{треуг.}} = \sqrt{3} I_{\Phi} = \sqrt{3} U_{\Phi} / Z_{\Phi} = \sqrt{3} U_{л} / Z_{\Phi}$, т.к. $U_{\Phi} = U_{л}$,
тогда $P_{\text{треуг.}} = \sqrt{3} U_{л} I_{Л} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} \sqrt{3} U_{л} / Z_{\Phi} \cos \varphi$,
получаем $P_{\text{треуг.}} = 3 U_{л}^2 / Z_{\Phi} \cos \varphi$, Вт

- при соединении потребителей в «звезду»

$I_{Л \text{звезда}} = I_{\Phi} = U_{\Phi} / Z_{\Phi} = U_{л} / \sqrt{3} Z_{\Phi}$, т.к. $I_{\Phi} = I_{Л}$,
тогда $P_{\text{звезда.}} = \sqrt{3} U_{л} I_{Л} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} U_{л} / \sqrt{3} Z_{\Phi} \cos \varphi$,
получаем $P_{\text{звезда}} = U_{л}^2 / Z_{\Phi} \cos \varphi$, Вт.

Из этих выражений получаем, что

$$P_{\text{треуг.}} / P_{\text{звезда}} = 3; \quad I_{\text{треуг.}} / I_{\text{звезда}} = 3.$$

Поэтому, часто на практике, чтобы уменьшить пусковой ток, а, следовательно, и мощность при пуске обмотки двигателя включают в «звезду», а при достижении двигателем номинальной скорости вращения переключают на «треугольник». Этим уменьшают падение напряжения в сети.

Задание 3.

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЧЕТЫРЕХПРОВОДНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 3.1 – 3.27, по исходным данным, заданным в табл. 3 параметрам и линейному напряжению, определить:

- комплексы фазных напряжений;
- комплексы фазных и линейных токов и тока в нейтральном проводе;
- активную, реактивную мощности каждой фазы и всей цепи, а также полную мощность цепи;
- построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Номер варианта задания соответствует номеру в списочном составе группы.

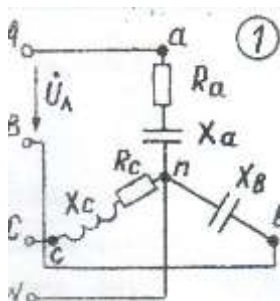


Рис.3.1

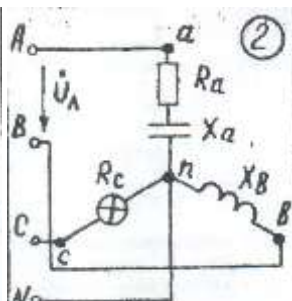


Рис.3.2

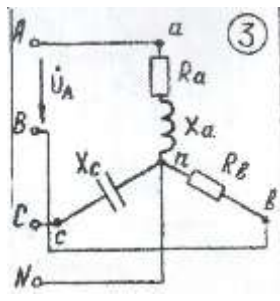


Рис.3.3

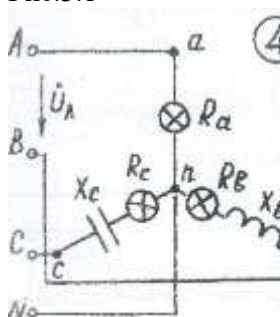


Рис.3.4

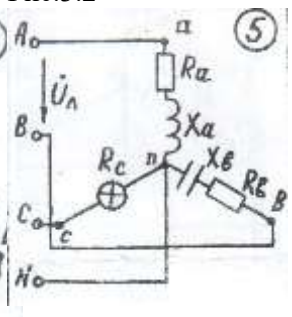


Рис.3.5

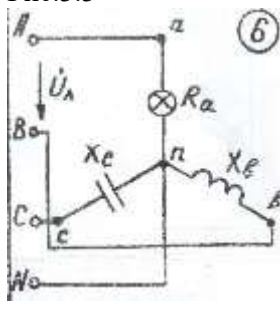


Рис.3.6

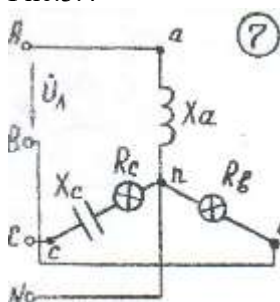


Рис.3.7

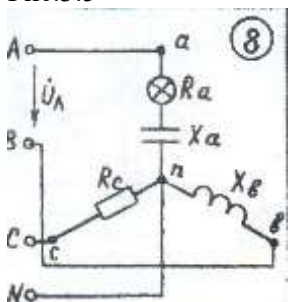


Рис.3.8

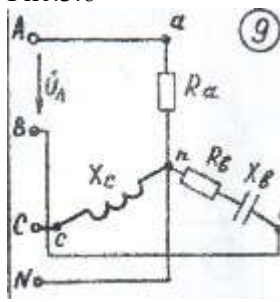


Рис.3.9

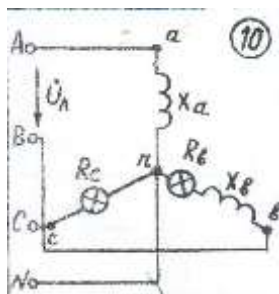


Рис.3.10

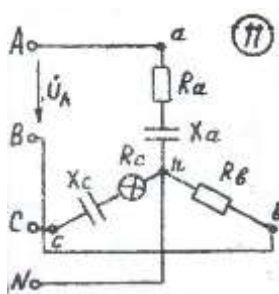


Рис.3.11

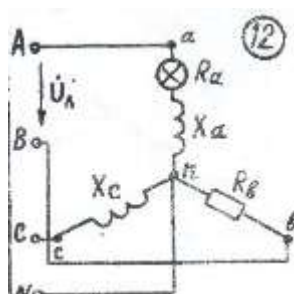


Рис.3.12

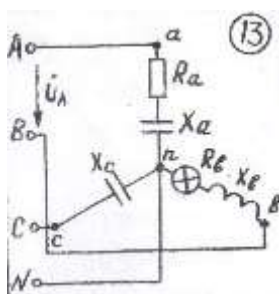


Рис.3.13

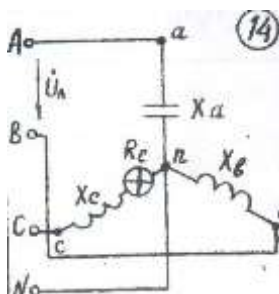


Рис.3.14

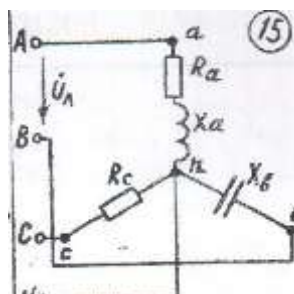


Рис.3.15

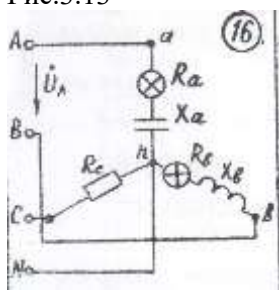


Рис.3.16

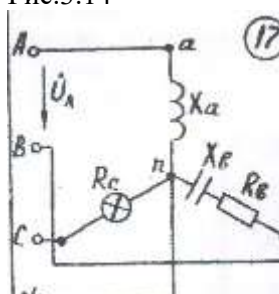


Рис.3.17

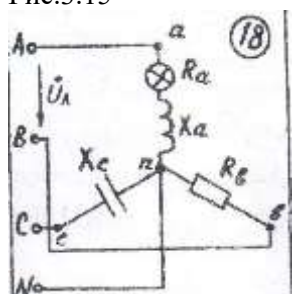


Рис.3.18

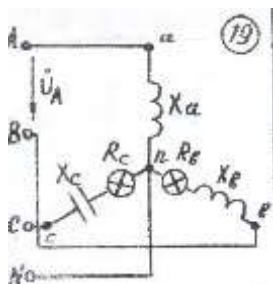


Рис.3.19

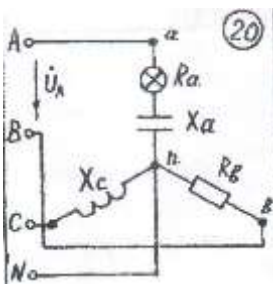


Рис.3.20

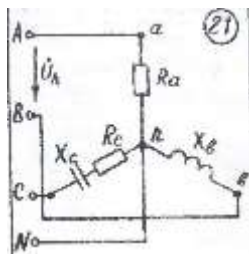


Рис.3.21

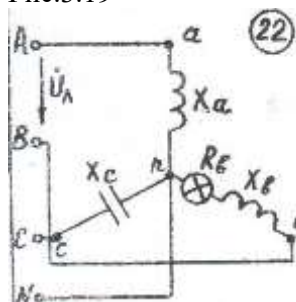


Рис.3.22

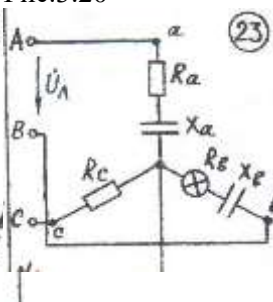


Рис.3.23

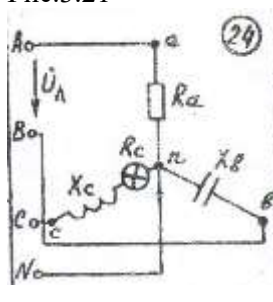


Рис.3.24

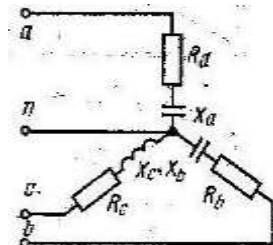


Рис.3.25

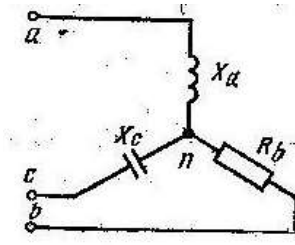


Рис.3.26

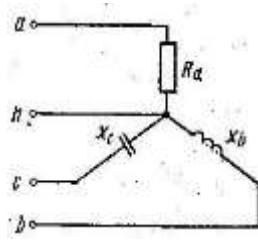


Рис.3.27

Таблица 3

Вариант	Схема	Линейное напряжение $U_{л}, В$	Сопротивления фаз, Ом						Изменение сопротивление фазы в 2 раза		Обрыв фазы
			R_a	R_b	R_c	X_a	X_b	X_c	Уменьш.	Увеличен.	
1	3-1	660	16	-	8	11	20	6	R_a		а
2	3-2	380	6	-	10	8	22	-		X_b	в
3	3-3	660	8	38	-	6	-	19	R_b		с
4	3-4	220	5	3	6	-	4	8		R_b	а
5	3-5	380	6	8	10	8	6	-	X_a		в
6	3-6	220	22	-	-	-	11	22	X_c		с
7	3-7	380	-	20	8	11	-	8		R_c	а
8	3-8	220	8	-	17	8	10	-		R_a	в
9	3-9	660	38	14	-	-	14	19	R_a		с
10	3-10	380	-	10	20	22	11	-	R_c	X_b	а
11	3-11	220	12	10	6	12	-	8	R_c	X_c	в
12	3-12	380	6	20	-	8	-	10	X_c	R_a	с
13	3-13	220	8	12	-	8	12	15		R_b	а
14	3-14	660	-	-	6	20	15	8	R_c		в
15	3-15	380	20	-	38	20	19	-		R_b	с
16	3-16	660	8	9	22	12	11	-	X_a	R_a	а
17	3-17	380	-	6	12	10	8	-		R_b	в

Продолжение таблицы

Вариант	Схема	Линейное напряжение $U_{л,В}$	Сопротивления фаз, Ом						Изменение сопротивление фазы в 2 раза		Обрыв фазы
			R_a	R_b	R_c	X_a	X_b	X_c	Уменьш.	Увеличен.	
18	3-18	660	14	11	-	14	-	22	X_c		с
19	3-19	220	-	3	8	6	4	6	X_c	R_b	а
20	3-20	380	6	22	-	8	-	11	R_b		в
21	3-21	220	19	-	15	-	38	10	R_c	X_b	с
22	3-22	380	-	6	-	22	8	20		X_c	а
23	3-23	220	3	6	10	4	8	-		R_a	в
24	3-24	660	20	-	14	-	11	14	X_c	R_c	с
25	3-25	380	8	6	10	10	22	10	R_a		с
26	3-26	220	-	18	12	-	-	22		X_c	а
27	3-27	380	6	-	-	8	-	38	X_c		в
28	3-5	220	12	10	8	5	15	-		X_a	с
29	3-13	380	4	12	-	8	14	10		R_a	а
30	3-19	220	-	9	15	10	6	4	X_c	R_b	а

3.7. Пример решения задания 3.

В качестве примера для решения проведем расчет трехфазной четырехпроводной электрической цепи, схема замещения которой представлена на рис. 3.28.

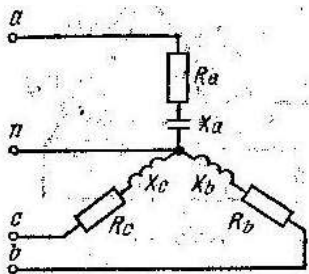


Рис.3-28.Схема замещения трехфазной четырехпроводной электрической цепи

Дано: $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R_a = 8 \text{ Ом}$, $X_a = 6 \text{ Ом}$, $R_b = 6 \text{ Ом}$, $X_b = 8 \text{ Ом}$, $R_c = 5 \text{ Ом}$, $X_c = 5 \text{ Ом}$.

Расчет трехфазной электрической цепи ведется символическим методом и предполагает выполнение следующих действий.

3.1. Определение комплексных фазных напряжений с учетом основных соотношений и способов соединения фазных обмоток:

$$U_a = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j0^\circ} = 220 \cdot e^{+j0^\circ} \text{ В};$$

$$U_a = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j120^\circ} = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$U_c = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j120^\circ} = 220 \cdot e^{+j120^\circ} \text{ В}.$$

3.2. Определение фазных сопротивлений в алгебраической и показательной формах комплексного числа по формулам, представленным в табл. 2.2:

$$\underline{Z}_a = R_a - jX_a = 8 - j6 = \sqrt{(8^2 + 6^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{6}{8}} = 10 \cdot e^{-j37^\circ}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_b = R_b + jX_b = 6 + j8 = \sqrt{(8^2 + 6^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{8}{6}} = 10 \cdot e^{+j53^\circ}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_c = R_c + jX_c = 5 + j5 = \sqrt{(5^2 + 5^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{5}{5}} = 7 \cdot e^{+j45^\circ}, \text{ Ом}$$

3.3. Определение комплексов фазных, линейных токов и тока в нейтральном проводе:

$$\underline{I}_a = \frac{U_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220 \cdot e^{+j0^\circ}}{10 \cdot e^{-j37^\circ}} = 22 \cdot e^{+j37^\circ}, \text{ А}$$

$$\underline{I}_b = \frac{U_b}{\underline{Z}_b} = \frac{220 \cdot e^{-j120^\circ}}{10 \cdot e^{+j53^\circ}} = 22 \cdot e^{-j173^\circ}, \text{ А}$$

$$\underline{I}_c = \frac{U_c}{\underline{Z}_c} = \frac{220 \cdot e^{+j120^\circ}}{7 \cdot e^{+j45^\circ}} = 31,4 \cdot e^{+j75^\circ}, \text{ А}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{nN} &= \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \\ &22 \cos(+37^\circ) + j22 \sin(+37^\circ) + 22 \cos(-173^\circ) + j22 \sin(-173^\circ) + \\ &31,4 \cos(+75^\circ) + j31,4 \sin(+75^\circ) = 3,86 + j40,886 = 41,1 \cdot e^{+j84^\circ}, \text{ А} \end{aligned}$$

3.4. Определение активной, реактивной, полной мощности каждой фазной нагрузки и цепи в целом:

$$P_a = R_a \cdot I_a^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вт}$$

$$P_b = R_b \cdot I_b^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ Вт}$$

$$P_c = R_c \cdot I_c^2 = 5 \cdot 31,4^2 = 4929,8 \text{ Вт}$$

$$Q_a = X_a \cdot I_a^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ Вар}$$

$$Q_b = X_b \cdot I_b^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вар}$$

$$Q_c = X_c \cdot I_c^2 = 5 \cdot 31,4^2 = 4929,8 \text{ Вар}$$

$$P_{\text{полн}} = P_a + P_b + P_c = 11705 \text{ Вт}$$

$$Q_{\text{полн}} = -jQ_a + jQ_b + jQ_c = 5897,8 \text{ Вар}$$

$$\underline{S} = P_{\text{полн}} + jQ_{\text{полн}} = 11705 + j5897,8 = 13107 \cdot e^{+j27^\circ} \text{ ВА.}$$

3.5. Построение векторной диаграммы осуществляется на плоскости комплексных чисел.

Методика построения заключается в следующем:

- выбираем масштаб построения векторов напряжений и токов;
- строим равносторонний треугольник, сторонами которого являются линейные напряжения в выбранном масштабе;
- из вершин треугольника методом засечек откладываем векторы фазных напряжений в виде радиусов циркуля (в том же масштабе);
- точка пересечения трех радиусов фазных напряжений является нейтральной точкой и обозначается n;
- соединив полученную точку n с вершинами треугольника, получаем вектора фазных напряжений;
- от оси (+ 1) вещественных чисел по расчетным значениям токов откладываем вектора фазных токов и тока в нейтральном проводе.

В результате получаем векторную диаграмму, представленную на рис. 3-29.

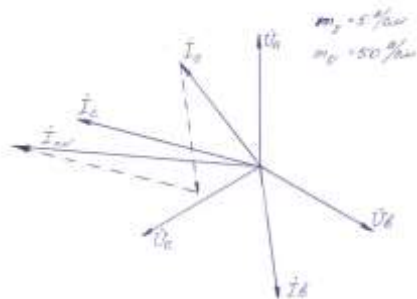


Рис. 3-29.
 Векторная
 диаграмма фазных
 токов и напряжений
 трехфазной
 четырехпроводной
 электрической
 цепи, соединенной по
 типу «звезда», с
 несимметричной
 нагрузкой.

Список рекомендованной литературы

1. Иванов И.И. Электротехника и основы электроники: учебник для студентов вузов: /И.И.Иванов, Г.И.Соловьев, В.Я.Фролов. – 7-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Москва: Краснодар: Лань, 2012.-736 с.: ил. – (Учебник для вузов).- ISBN 978-5-8114-0523-7.

2. Новожилов О.П..Электротехника и электроника: учебник для бакалавров: /О.П.Новожилов— 2-е изд. исправ. и доп. Москва: Юрайт, 2013.-653 с.–.(Бакалавр. Базовый курс).- Библиогр.: с. 632-635.- с. Пред.указ.: с. 636-648.- ISBN 978-5-9916-12016-1.

3. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. – 8-е изд., стер.- СПб. [и др.]: Лань, 2010. – 592 с.

4. Теоретические основы электротехники. Учебник (ГРИФ) //Лоторейчук Е.А. - М.: ИД “ФОРУМ”: ИНФРА-М, 2010. - 320 с.

5. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие для студ. Учреждений высш. проф. образования/ М.А. Жаворонков, А.В, Кузин.- 4-е изд., испр. – М.: Академия, 2011. – 400 с. – (Сер. Бакалавриат).

Список использованной литературы

1. Общая электротехника и электроника: методические указания к самостоятельной работе по выполнению контрольной работы (дополненное и переработанное)/Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инж. ин-т; Сост.: Е.И.Гаршина, - Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2017 - 42 с.

2. Теоретические основы электротехники: методические указания к самостоятельной работе по выполнению контрольной работы /Новосиб. гос. аграр. ун-т /Е.И.Гаршина. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2018. – 48 с.

3. Основы электротехники: Тетрадь лабораторных работ/Новосиб. гос. аграр. ун-т /Е.И.Гаршина, М.м.Федорова – 6-ое изд-ие, перераб. и доп.-Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2017. – 18 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. ТЕМА 1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА	5
1.1. Основные сведения	5
1.2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока	7
1.2.1. Расчет простых электрических цепей методом свертывания (метод эквивалентного сопротивления)	7
1.2.2. Алгоритм расчета сложных электрических цепей методом контурных токов	9
1.2.3. Задание 1.1. Расчет простых электрических цепей постоянного тока методом свертывания	14
1.2.4. Задание 1.1. Расчет сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов	20
1.2.5. Пример решения задания 1.2.	24
2. ТЕМА 2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	30
2.1. Основные сведения	30
2.2. Представление синусоидальных величин враща- ющимися векторами	31
2.3. Представление синусоидальных величин враща- ющимися векторами на плоскости комплексных чисел	33
2.3.1. Комплексные числа и действия с ними	33
2.3.2. Цепь с активным сопротивлением	35
2.3.3. Цепь с идеальной индуктивностью	37
2.3.4. Цепь с идеальным конденсатором (емкостью)	39
2.3.5. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью (цепь с реальной индуктивностью)	41
2.3.6. Цепь с активным сопротивлением и конденсатором	44

2.3.7. Неразветвленная цепь с последовательным соединением R, L, C	49
2.3.8. Разветвленная цепь со смешанным соединением R, L, C	52
2.3.9. Коэффициент мощности	55
2.3.10. Задание 2. Расчет электрических цепей однофазного переменного тока	56
2.3.11. Пример решения задания 2	62
3. ТЕМА 3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	73
3.1. Основные сведения	73
3.2. Трехфазный генератор	74
3.2.1. Способы соединения фазных обмоток статора	75
3.2.2. Способ соединения фазных обмоток статора источника способом «звезда»	76
3.2.3. Способ соединения фазных обмоток статора источника способом «треугольником»	78
3.3. Соединение источник- потребитель по способу «звезда - звезда»	80
3.4. Соединение источник- потребитель по способу «звезда -треугольник»	83
3.5. Мощность в трехфазной цепи	84
3.6. Задание 3. Расчет трехфазной четырехпроводной цепи переменного тока	86
3.7. Пример решения задания 3	92
Список рекомендуемой литературы	96
Список используемой литературы	97
Содержание	98
Приложение 1	100

Решение системы трех линейных уравнений с помощью определителей

Определение:

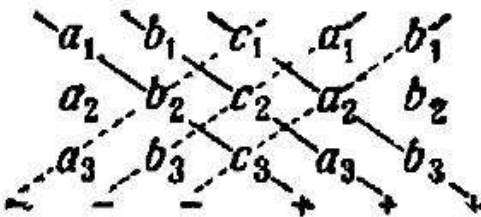
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2 - a_3 b_2 c_1$$

называется определителем третьего порядка.

Числа $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ называются *элементами* определителя.

Элементы a_1, b_2, c_3 образуют *главную диагональ* определителя, а элементы c_1, b_2, a_3 – его *побочную диагональ*.

Простое правило для запоминаний этого выражения: запишем еще раз все элементы определителя, приписав к ним снова первый и второй столбцы:



Со знаком плюс берем произведение элементов, стоящих на главной диагонали определителя, а также на двух параллелях к ней, содержащих по три

элемента (на рисунке они перечеркнуты сплошной линией).

Со знаком минус берем произведения элементов, стоящих на побочной диагонали и на двух параллелях к ней, содержащих по три элемента (на рисунке они перечеркнуты пунктиром).

Решение системы линейных уравнений с помощью определителей можно записать так (*формулы Крамера*):

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1, \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2, \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}.$$

Определитель, стоящий в знаменателе, называется главным определителем системы уравнений. Естественно, вышеприведенные формулы применимы только в том случае, если главный определитель отличен от нуля.

Пример. Решить систему

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ x + y - 2z = 2, \\ x - y - 3z = -2. \end{cases}$$

Имеем

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-21 + 2 - 4 - 6 - 14 - 2}{-6 + 1 + 2 - 3 - 4 - (-1)} = \frac{-45}{-9} = 5.$$

После этого сводим решение исходной системы к решению системы с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 5 + y - 2z = 2, \\ 5 - y - 3z = -2. \end{cases}$$

Решив ее, получим $x = 5, y = 1, z = 2$.

$$\begin{cases} 3x - y + 4z = 15, \\ x + 3y + z = 18, \\ 2z + y - 3z = 11. \end{cases}$$

Составитель:
Гаршина Елена Ивановна

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ (часть 1)

Учебное пособие к самостоятельной работе и выполнению контрольной работы

Редактор *М.Г. Девещенко*
Компьютерная верстка *В.Н. Зенина*

Подано в печать «__» _____ 2018 г. Формат 60x84 ¹/₁₆
Объем 3 уч.-изд. л., 3 усл. печ. л.
Тираж 10 экз. Изд №__ Заказ __

Отпечатано в Издательском центре НГАУ «Золотой колос»
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, кааб. 106.
Тел./факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru