

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**Методические указания по проведению практических занятий,
самостоятельному изучению дисциплины
и выполнению контрольной работы**

Новосибирск 2021

УДК 519 (07)
ББК 22.1, я7
М 34

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, проф. *Л.А. Назаров*

Составитель: *М.В. Грунина*

Математическое моделирование: методические указания по проведению практических занятий, самостоятельному изучению дисциплины и выполнению контрольной работы / Новосиб. гос. аграр. ун-т; сост. М.В. Грунина. – Новосибирск, 2021. – 10 с.

В методических указаниях представлены задания для выполнения на практических занятиях, вопросы для подготовки к экзамену, рекомендации по выполнению самостоятельному изучению дисциплины, выполнению контрольной работы и список рекомендуемой литературы.

Методические указания предназначены для магистрантов очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки 35.04.06 Агроинженерия и 23.04.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

Утверждены и рекомендованы к изданию учебно-методическим советом Инженерного института (протокол 4 от 30 ноября 2021)

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель преподавания математических дисциплин в вузе для студентов инженерных специальностей – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических инженерных задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям; развить логическое и алгоритмическое мышление; повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных вопросов.

Задачи дисциплины:

- развить у студентов логическое мышление,
- познакомить студентов с идеями и методами математического моделирования,
- привить студентам опыт работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой,
- привить студентам опыт решения задач с использованием математических методов.

1.2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент *должен*:

Знать: принципы, методы, приемы критического анализа; структуру, классификацию проблемных ситуаций; сущность и основные принципы системного подхода;

Уметь: анализировать проблемную ситуацию на основе системного подхода; осуществлять сбор информации;

Владеть: методикой решения проблемной ситуации; методами аргументации выбранных стратегий действий.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Успешное освоение компетенций, формируемых данной учебной дисциплиной, предполагает оптимальное использование времени самостоятельной работы.

Подготовка к лекционным занятиям включает выполнение всех видов заданий, рекомендованных к каждой лекции, т. е. задания выполняются еще до лекционного занятия по соответствующей теме. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой [1, 2].

Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях, систематизировать ранее пройденный материал, на его основе приступить к получению новых знаний и овладению навыками.

Самостоятельная работа во внеаудиторное время состоит из:

- повторения лекционного материала;
- подготовки к практическим занятиям;
- изучения учебно-методической и научной литературы;
- решения задач, выданных на практических занятиях;
- подготовки к контрольным работам, тестированию и т. д.;
- подготовки индивидуальных письменных работ по заданию преподавателя;
- проведение самоконтроля путем ответов на вопросы текущего контроля знаний, решения представленных в учебно-методических материалах дисциплины задач, тестов.

2.1. Методические указания по выполнению контрольной работы

В процессе изучения дисциплины студент выполняет контрольную работу, состоящую из четырех заданий [2, с. 176-187]. Вариант задания определяет преподаватель.

Для выполнения задачи №1 рекомендуется изучить [2, с. 30-37], задача №2 [2, с. 38-54], задача №3 [2, с. 55-80], задача №4 [2, с. 81-100].

Критерии оценки выполнения контрольных работ

- оценка «отлично» выставляется при правильно выполненной задаче, аккуратно и чисто, в соответствии с требованиями, оформленном решении;
- оценка «хорошо» выставляется при правильно решенной задаче и при наличии в ходе выполнения незначительных помарок;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если после проверки в задаче будут исправлены все ошибки, и она будет оформлена в соответствии с пунктом выше.
- во всех остальных случаях работа не засчитывается и выдается другой вариант.

3. Задания для проведения практических занятий

Раздел 1. Задача линейного программирования

Решить симплексным методом, контролируя вычисления.

1. $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 17,$ $-2x_2 \leq -3,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2,$ $-x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -11,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-x_1 - 8x_2 \rightarrow \max.$	2. $x_2 - x_3 \leq 8,$ $-2x_1 - x_2 \leq -15,$ $2x_1 - x_2 - 2x_3 \leq 8,$ $x_2 - 2x_3 \leq 5,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-8x_1 - 13x_3 \rightarrow \max.$
3. $-2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq -6,$ $-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \geq -14,$ $-x_1 - x_2 + x_3 \leq 5,$ $-2x_1 + x_2 + x_3 \leq 11,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-x_1 + 8x_2 \rightarrow \max.$	4. $-2x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -3,$ $-x_1 + x_3 \geq 1,$ $-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 8,$ $2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $6x_1 + 8x_2 - x_3 \rightarrow \max.$
5. $2x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -1,$ $x_2 - 2x_3 \leq 5,$ $x_1 + 2x_2 \geq 7,$ $-2x_2 \geq -6,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $3x_1 + x_3 \rightarrow \min.$	6. $x_1 + x_2 - x_3 \leq 9,$ $2x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 9,$ $-x_1 + 2x_3 \leq -5,$ $-x_2 + x_3 \leq -1,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-5x_1 - 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max.$
7. $-x_1 - 2x_2 \leq -2,$ $x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8,$ $-x_2 + x_3 \geq 3,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-18x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$	8. $-x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 14,$ $x_1 - x_3 \geq -5,$ $2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 2,$ $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 27,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-7x_1 + 4x_2 - 10x_3 \rightarrow \max.$
9. $x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -1,$ $2x_1 \leq 8,$ $2x_1 - x_2 - x_3 \leq 5,$ $x_1 - 2x_2 + x_3 \geq -2,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $14x_1 - 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$	10. $2x_1 + x_2 + x_3 \geq 8,$ $-x_1 - 2x_3 \leq -3,$ $2x_2 - x_3 \leq -2,$ $-x_1 + 2x_3 \leq 2,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $4x_1 + 5x_3 \rightarrow \min.$
11. $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 0,$ $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 4,$ $x_1 - x_3 \leq -1,$	12. $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -1,$ $-x_1 - x_2 \leq -8,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -2,$

$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 0,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-2x_1 + 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \max.$	$-x_1 - 2x_2 - x_3 \geq -13,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-6x_1 + 2x_3 \rightarrow \max.$
13. $-x_1 - 2x_2 \geq -10,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1,$ $-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -8,$ $-x_1 - x_2 \geq -5,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $x_1 + 5x_2 + 2x_3 \rightarrow \max.$	14. $2x_3 \leq 4,$ $-x_1 - x_2 \leq -4,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 0,$ $-x_1 - x_2 \leq -2,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-2x_1 - x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$
15. $-2x_2 + x_3 \leq -4,$ $2x_1 + x_2 \leq 5,$ $-2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 7,$ $-x_2 + x_3 \geq -4,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $8x_1 + x_2 - 8x_3 \rightarrow \max.$	16. $2x_1 + x_2 \geq 5,$ $-2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq -3,$ $x_1 + x_2 \geq 3,$ $-2x_1 + x_2 + x_3 \leq -1,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-11x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max.$
17. $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 0,$ $-2x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -10,$ $x_2 - x_3 \leq 3,$ $2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -1,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-8x_1 - 7x_2 - 8x_3 \rightarrow \max.$	18. $-x_2 + x_3 \leq -1,$ $2x_1 + x_2 \leq 5,$ $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 3,$ $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 18,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $3x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max.$
19. $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6,$ $x_1 - 2x_3 \leq 3,$ $x_1 + 2x_2 \leq 4,$ $-x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 0,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $2x_1 + 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$	20. $-x_1 - 2x_2 \geq -10,$ $2x_2 - x_3 \geq 9,$ $-x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 7,$ $x_1 - x_3 \leq 0,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-x_1 + 15x_2 + 10x_3 \rightarrow \max.$
21. $-x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 5,$ $-x_1 + x_3 \leq 1,$ $-x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -5,$ $2x_2 - x_3 \geq 3,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $11x_1 + 8x_2 + x_3 \rightarrow \min.$	22. $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3,$ $-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -6,$ $-x_1 + x_3 \geq 2,$ $-2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-4x_1 - 6x_2 \rightarrow \max.$
23. $-x_2 + 2x_3 \leq 1,$ $-x_1 - 2x_2 \geq -2,$ $-2x_2 + x_3 \geq -1,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $x_2 + 6x_3 \rightarrow \max.$	24. $x_1 - x_3 \geq 1,$ $x_1 + 2x_2 \leq 3,$ $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 1,$ $2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq 0,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $5x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max.$
25. $2x_1 - x_2 - x_3 \leq 9,$ $2x_2 - x_3 \geq 4,$ $-2x_1 + x_3 \leq -4,$ $-x_1 - 2x_2 \leq -8,$	26. $x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 0,$ $-x_1 - 2x_2 - x_3 \leq -12,$ $2x_2 \geq 8,$ $-x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 0,$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-2x_1 - 14x_2 + 2x_3 \rightarrow \max.$	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $2x_1 + 10x_2 + 4x_3 \rightarrow \min.$
27. $x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 15,$ $-x_2 + 2x_3 \leq -2,$ $-2x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 0,$ $2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 20,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-2x_1 - 14x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$	28. $2x_1 + x_2 + x_3 \geq 9,$ $-x_2 + x_3 \geq 3,$ $-2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 0,$ $x_1 - 2x_3 \leq -1,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-8x_1 + 2x_2 + 7x_3 \rightarrow \max.$
29. $-2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq -5,$ $-x_1 + x_3 \leq 3,$ $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq -9,$ $-2x_1 - x_2 - x_3 \geq -6,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $-9x_1 + 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \max.$	30. $x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -3,$ $x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -2,$ $-2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $x_1 + x_2 \geq 6,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$ $5x_1 + 3x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$

Раздел 2. Транспортная задача

Решить транспортную задачу, начиная методом северо-западного угла.

1. $a_1 = 20, a_2 = 18, a_3 = 22, a_4 = 22,$ $b_1 = 15, b_2 = 36, b_3 = 3.$ $C = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 9 \\ 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 6 \\ 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$	2. $a_1 = 5, a_2 = 34, a_3 = 5,$ $b_1 = 6, b_2 = 34, b_3 = 15, b_4 = 17.$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$	3. $a_1 = 20, a_2 = 18, a_3 = 22, a_4 = 22,$ $b_1 = 15, b_2 = 36, b_3 = 3.$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$
4. $a_1 = 30, a_2 = 34, a_3 = 7, a_4 = 8,$ $b_1 = 25, b_2 = 26, b_3 = 6.$ $C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 7 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 6 \\ 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$	5. $a_1 = 13, a_2 = 4, a_3 = 28,$ $b_1 = 21, b_2 = 2, b_3 = 6, b_4 = 34.$ $C = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 & 7 \\ 7 & 7 & 5 & 8 \\ 4 & 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$	6. $a_1 = 18, a_2 = 34, a_3 = 18,$ $b_1 = 30, b_2 = 13, b_3 = 11, b_4 = 37.$ $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 3 & 3 \\ 9 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$
7. $a_1 = 4, a_2 = 23, a_3 = 13,$ $b_1 = 14, b_2 = 27, b_3 = 4, b_4 = 13.$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$	8. $a_1 = 19, a_2 = 15, a_3 = 35,$ $a_4 = 21,$ $b_1 = 24, b_2 = 15, b_3 = 27.$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$	9. $a_1 = 7, a_2 = 9, a_3 = 7,$ $b_1 = 8, b_2 = 19, b_3 = 11, b_4 = 19.$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$
10. $a_1 = 17, a_2 = 12, a_3 = 7,$ $a_4 = 23,$ $b_1 = 12, b_2 = 17, b_3 = 2.$ $C = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 8 \\ 7 & 7 & 6 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$	11. $a_1 = 17, a_2 = 26, a_3 = 14,$ $a_4 = 6,$ $b_1 = 7, b_2 = 22, b_3 = 14.$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$	12. $a_1 = 12, a_2 = 3, a_3 = 24, a_4 = 30,$ $b_1 = 17, b_2 = 12, b_3 = 17.$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 5 \\ 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$

<p>13. $a_1 = 29, a_2 = 18, a_3 = 19,$ $b_1 = 31, b_2 = 25, b_3 = 2, b_4 = 23.$</p> $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$	<p>14. $a_1 = 7, a_2 = 16, a_3 = 23,$ $a_4 = 20,$ $b_1 = 32, b_2 = 14, b_3 = 32.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$	<p>15. $a_1 = 12, a_2 = 19, a_3 = 45,$ $b_1 = 30, b_2 = 5, b_3 = 33, b_4 = 26.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$
<p>16. $a_1 = 9, a_2 = 25, a_3 = 12,$ $b_1 = 20, b_2 = 4, b_3 = 18, b_4 = 16.$</p> $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 7 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$	<p>17. $a_1 = 34, a_2 = 7, a_3 = 29,$ $b_1 = 12, b_2 = 26, b_3 = 16, b_4 = 39.$</p> $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 5 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$	<p>18. $a_1 = 12, a_2 = 44, a_3 = 1,$ $b_1 = 12, b_2 = 22, b_3 = 16, b_4 = 10.$</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$
<p>19. $a_1 = 4, a_2 = 8, a_3 = 14,$ $b_1 = 6, b_2 = 14, b_3 = 14, b_4 = 10.$</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$	<p>20. $a_1 = 28, a_2 = 43, a_3 = 9,$ $b_1 = 17, b_2 = 31, b_3 = 16, b_4 = 17.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$	<p>21. $a_1 = 6, a_2 = 11, a_3 = 33, a_4 = 23,$ $b_1 = 7, b_2 = 13, b_3 = 18.$</p> $C = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 9 \end{pmatrix}.$
<p>22. $a_1 = 17, a_2 = 24, a_3 = 8,$ $b_1 = 10, b_2 = 22, b_3 = 14, b_4 = 12.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 2 \\ 7 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$	<p>23. $a_1 = 20, a_2 = 8, a_3 = 6,$ $b_1 = 8, b_2 = 34, b_3 = 6, b_4 = 4.$</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$	<p>24. $a_1 = 12, a_2 = 12, a_3 = 25,$ $a_4 = 21,$ $b_1 = 16, b_2 = 18, b_3 = 30.$</p> $C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 8 \\ 2 & 8 & 5 \\ 2 & 8 & 6 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$
<p>25. $a_1 = 21, a_2 = 20, a_3 = 2,$ $b_1 = 5, b_2 = 37, b_3 = 18, b_4 = 1.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$	<p>26. $a_1 = 23, a_2 = 53, a_3 = 9,$ $a_4 = 3,$ $b_1 = 15, b_2 = 30, b_3 = 18.$</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 8 & 4 & 4 \\ 7 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$	<p>27. $a_1 = 8, a_2 = 6, a_3 = 25, a_4 = 7,$ $b_1 = 2, b_2 = 8, b_3 = 13.$</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 6 \\ 3 & 5 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$
<p>28. $a_1 = 19, a_2 = 19, a_3 = 20,$ $a_4 = 13,$ $b_1 = 9, b_2 = 36, b_3 = 15.$</p> $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 5 & 9 & 2 \\ 2 & 9 & 5 \end{pmatrix}.$	<p>29. $a_1 = 9, a_2 = 20, a_3 = 3, a_4 = 6,$ $b_1 = 14, b_2 = 3, b_3 = 5.$</p> $C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 8 & 5 & 3 \\ 8 & 8 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$	<p>30. $a_1 = 29, a_2 = 36, a_3 = 2, a_4 = 32,$ $b_1 = 19, b_2 = 49, b_3 = 17.$</p> $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$

Раздел 3. Матричные игры

Найти решение матричной игры графическим и линейно-программным способами.

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & 2 \\ -5 & 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 0 \\ -4 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 9 & 10 \\ 7 & 9 & -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 & -3 \\ 5 & -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 4 & 7 \\ -6 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & -1 \\ -4 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$7. A = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ -7 & -4 \\ -6 & -2 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$8. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 6 & 5 \\ 4 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$9. A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -5 & 4 \\ 3 & 0 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 6 & -3 \\ 6 & 3 & -6 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 7 & 1 \\ 9 & 7 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$12. A = \begin{pmatrix} -10 & -5 \\ -4 & 1 \\ 5 & -5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$13. A = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ -6 & 6 \\ -2 & -6 \\ -8 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$14. A = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ -3 & 2 \\ 6 & -4 \\ -9 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$15. A = \begin{pmatrix} -7 & -9 \\ -8 & -12 \\ -1 & -9 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 2 & 9 \\ 3 & 9 & -3 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$17. A = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -2 & 0 \\ 5 & -4 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 & 2 \\ -1 & -6 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -12 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & -5 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$20. A = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ -3 & -4 \\ 3 & -1 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$21. A = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 0 & 1 \\ 9 & -3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ -9 & -7 \\ -11 & -9 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$23. A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -4 & -3 \\ -7 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$24. A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 5 & -10 \\ -8 & -7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$25. A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -12 & -8 \\ -6 & -4 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$26. A = \begin{pmatrix} -9 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & -7 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$27. A = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -9 & -7 \\ -9 & 3 \\ -10 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -9 & -7 \\ -9 & 3 \\ -10 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$30. A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -6 & -8 \\ -5 & 7 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}.$$

4. Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Постановка и формализация экономических, производственных и инженерных задач.
2. Каноническая и нормальная формы задачи линейного программирования.
3. Геометрическое решение задачи линейного программирования.
4. Соотношения двойственности.
5. Симплекс-метод.
6. Планирование перевозок однородных грузов. Транспортная задача.
7. Первый опорный план. Цена плана.
8. Метод северо-западного угла. Метод минимального тарифа.
9. Метод потенциалов.
10. Признак невырожденности плана. Цикл перегрузки.
11. Конфликтная ситуация.
12. Платежная матрица.
13. Доминируемые стратегии.
14. Игра с ненулевой суммой. Седловая точка.
15. Решение в чистых стратегиях.
16. Цена игры с ненулевой суммой.
17. Сведение матричной игры к задаче линейного программирования.
18. Решение игры в смешанных стратегиях.
19. Моделирование неопределенности. Игры с природой.
20. Критерий Сэвиджа.
21. Критерий Гурвица.
22. Критерий Вальда.
23. Геометрическая интерпретация матричной игры.
24. Критерий Байеса – Лапласа (BL).

5. Критерии оценки знаний студентов на экзамене

– отметка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

– отметка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

– отметка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, демонстрирует недостаточно систематизированы теоретические знания программного материала, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

– отметка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

6. Литература

Список основной литературы

1. Математическое моделирование и проектирование: учеб. пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин; под ред. А.С. Коломейченко. – Москва: ИНФРА-М, 2018. – 181 с. – (Высшее образование: магистратура). — www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286. - ISBN 978-5-16-012890-0. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/884599> (дата обращения: 30.09.2021). – Режим доступа: по подписке.

Список рекомендуемой литературы

2. Математическое моделирование: учебное пособие и индивидуальные задания / Новосибир. гос. аграр. ун-т.; авт.: В.Н. Бабин, М.В. Грунина, А.Д. Дементьев, В.Г.Шефель. – 2-е изд., стер. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2015. – 192 с.

Составитель Грунина Мария Викторовна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

**Методические указания по проведению практических занятий,
самостоятельному изучению дисциплины и выполнению
контрольной работы**

Печатается в авторской редакции

Издательский центр НГАУ
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова